

תוכן העניינים:

חזרה על עקרונות פיזיקאליים 2

חזרה על מושגי יסוד בחשמל : 2

סיכום כללי : 2

חזרה על מושגי יסוד במגנטיות : 7

סיכום כללי : 7

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 1

חזרה על עקרונות פיזיקאליים

חזרה על מושגי יסוד בחשמל:

סיכום כללי:

כוח המשיכה:

כוח המשיכה: $F = m \cdot g$. יחידות מדידה של כוח: $[F] = \text{N}$.

שדה הגרביטציה הוא בעל יחידות: $g = \frac{F}{m} \left[\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right]$.

מבנה האטום:

אטום נייטרלי – מספר הפרוטונים שווה למספר האלקטרונים.

יון חיובי – מספר הפרוטונים גדול ממספר האלקטרונים.

יון שלילי – מספר הפרוטונים קטן ממספר האלקטרונים.

הכוח החשמלי:

מטען אלקטרון: $q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$. מטען פרוטון: $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.

חוק קולון:

בין שני גופים הטעונים במטענים q_1 ו- q_2 ונמצאים במרחק r זה מזה, קיים כוח חשמלי ביניהם (משיכה או דחייה) המקיים: $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$ כאשר $k = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \right]$.

מתקיים: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ כאשר $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \right]$ מקדם דיאלקטרי של ריק.

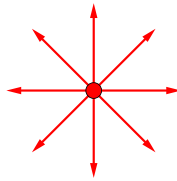
שדה חשמלי:

שדה חשמלי מוגדר בתור כוח ליחידת מטען: $[E] = \frac{N}{C}$.

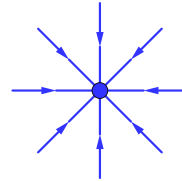
שדה חשמלי ממטען q במרחב הוא: $E = \frac{kq}{r^2}$.

הכוח החשמלי הפועל על מטען q' הוא: $F = q'E = \frac{kqq'}{r^2}$.

שדה חשמלי ממטען נקודתי וכיוונו:



$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \cdot \hat{r}$$



$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \cdot (-\hat{r}) = -\frac{kq}{r^2} \cdot \hat{r}$$

שטף חשמלי:

מדידה של 'כמות' קווי שדה חשמלי דרך חתך שטח מסוים.

סימון השטף החשמלי: $\Phi_E = \frac{E}{A} \left[\frac{N}{C \cdot m^2} \right]$.

חוק גאוס:

סך השטף החשמלי העובר דרך מעטפת סגורה נמצא ביחס ישר למטען החשמלי

הכלוא במעטפת זו. כלומר: $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$ או: $\Phi_E = \frac{Q_{in}}{\epsilon_0}$.

צפיפות מטען:

צפיפות מטען ליחידת אורך: $\lambda \left[\frac{C}{m} \right]$

צפיפות מטען ליחידת שטח: $\sigma \left[\frac{C}{m^2} \right]$

צפיפות מטען ליחידת נפח: $\rho \left[\frac{C}{m^3} \right]$

אנרגיה חשמלית ועבודה חשמלית:

עבודה מוגדרת בתור מכפלת הכוח \vec{F} הדרוש כדי להעביר מטען q מנקודה r_1

$$\text{לנקודה } r_2 \text{ במרחב, כלומר: } W_{r_1 \rightarrow r_2} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

אין משמעות למסלול אלא רק לנקודת ההתחלה והסוף!

$$\text{אנרגיה פוטנציאלית חשמלית היא: } E_p = \frac{kQq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}$$

פוטנציאל חשמלי:

הפוטנציאל החשמלי בנקודה מסוימת במרחב מוגדר בתור האנרגיה ליחידת מטען שיש להשקיע בכדי להביא אותו מאינסוף (מקום בו לא צריך להשקיע אנרגיה כלל) לנקודה מסוימת במרחב.

$$\text{החישוב הכללי של פוטנציאל חשמלי הוא: } \varphi_{r_1 \rightarrow r_2} = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{בפרט עבור נקודה כלשהי במרחב נכתוב: } \varphi = - \int_{-\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{הקשר שבין פוטנציאל חשמלי ואנרגיה פוטנציאלית חשמלית: } E_p = \frac{kQq}{r} = \varphi \cdot q$$

יחידות וסימונים של פוטנציאל חשמלי:

סימון הפוטנציאל החשמלי: φ, v

$$\text{יחידות הפוטנציאל החשמלי: } [v] = \left[\frac{E_p}{q} \right] = \left[\frac{J}{C} \right] = [V]$$

הפרש פוטנציאלים:

$$\text{מגדירים הפרש פוטנציאלים: } v_{12} = v_{p1} - v_{p2}$$

מתח חשמלי:

הפרש פוטנציאלים בין שתי נקודות במרחב: $v_{12} = v_1 - v_2$ מוגדר בתור מתח חשמלי.

$$\text{בהתאם להגדרה מתקיים: } v_{12} = -v_{21}$$

מתח חיובי מקיים: $v_1 > v_2$ ומתח שלילי מקיים: $v_1 < v_2$

סוגי חומרים בטבע:

חומרים המוליכים למחצה	חומרים מבודדים	חומרים מוליכים
	אנרגית קשר גבוהה	אנרגיה קשר נמוכה
	מספר קטן של אלקטרונים חופשיים	מספר גדול של אלקטרונים חופשיים

חומרים דיאלקטריים:

חומרים מבודדים אשר מתקטבים חשמלית בנוכחות של שדה חשמלי.

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon} \text{ כאשר } \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

חוזק דיאלקטרי ומקדם הפארמביליות:

הגודל ϵ_0 נקרא **המקדם הדיאלקטרי של ריק** ומתאר את מידת החומר להגיב לשדה

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{C^2}{m^2 \cdot N} \right] \text{ : ערכו הוא :}$$

קיבול:

קיבול היא מידה המתארת את היכולת של רכיב לאגור מטען ליחידת מתח: $C = \frac{q}{V}$

$$F = \frac{C}{V} = \frac{C^2}{N \cdot m}, [C] = \left[\frac{q}{V} \right] = F$$

דרך נוספת לחשב (ולהגדיר) קיבול היא באמצעות המידות הגאומטריות של צורה

$$C = \epsilon \frac{A}{d} \text{ : בה עוסקים :}$$

קשר בין המקדם הדיאלקטרי לקיבול:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{F}{m} \right] \text{ : ניתן להגדיר באמצעות קיבול :}$$

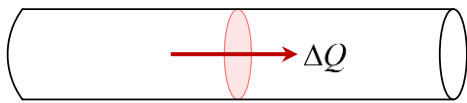
החוזק הדיאלקטרי של חומר מתאר את היכולת שלו לאגור מטענים חשמלים ליחידת אורך.

אנרגיה חשמלית האגורה בקבל:

$$U_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qV = \frac{CV^2}{2} : \text{היא } C \text{ קיבול ו} V_c \text{ ע"מ מתח}$$

תנועת מטענים:

תנועת מטענים במוליך בעל שטח חתך A בפרק זמן Δt מקיימת: $\Delta Q = N \cdot q_e \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$
כאשר:



N - ריכוז מטען ליחידת נפח $\left[\frac{C}{m^3} \right]$

q_e - מטען אלקטרון בודד $[C]$.

v - מהירות הסחיפה של האלקטרונים $\left[\frac{m}{sec} \right]$

A - חתך המוליך $[m^2]$.

Δt - יחידת זמן $[sec]$.

זרם חשמלי:

נגדיר זרם בתור כמות המטען Q שעובר דרך חתך A בפרק זמן t .
כלומר: $i(t) = \frac{dQ}{dt}$. בפרט עבור זרם קבוע מתקיים: $i = N \cdot q_e \cdot A \cdot v$.

יחידות: $[i] = A$, כלומר: $i = \frac{dQ}{dt} \rightarrow \left[\frac{C}{sec} \right] = [A]$.

צפיפות זרם חשמלי:

זרם ליחידת שטח: $J = \frac{i}{A} \left[\frac{A}{m^2} \right]$.

חזרה על מושגי יסוד במגנטיות:

סיכום כללי:

חוק אמפר:

סך צפיפות השטף המגנטי הבוקע ממשטח S הסגור במסלול סגור C שווה לסך הזרם I_{in} העובר דרך מסלול זה במכפלת μ_0 , כלומר: $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$.

סוגי חומרים:

חומר פאראמגנטי:

בהינתן שדה מגנטי חיצוני, הדיפולים מצליחים להתגבר על תנודות תרמיות פנימיות והם מתיישרים בכיוון השדה ובכך מגדילים את השדה הכולל.

חומר דיאמגנטי:

בהינתן שדה מגנטי חיצוני, מגיב בצורה שלילית ובכך מקטין את השדה המגנטי הכולל.

חומר פרומגנטי:

בהינתן שדה מגנטי חיצוני, הדיפולים מתיישרים ומסתדרים עם כיוון השדה. בחומר פרומגנטי הדיפולים נשארים מסודרים גם לאחר שהשדה המגנטי חיצוני הפסיק לפעול.

מקדם הפארמביליות:

הגודל: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 12.57 \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{A} \cdot \text{m}}{\text{Wb}} \right]$ מתאר את היכולת של ריק' להתמגנט'.

עוצמת השדה המגנטי:

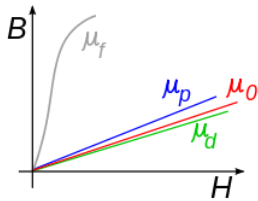
השדה \vec{B} מורכב מתרומת זרמים קשורים וזרמים חופשיים.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad \text{עוצמת השדה המגנטי מוגדרת:}$$

במקרים סימטריים (תיל אינסופי, גליל אינסופי, מישור אינסופי, סליל, טורואיד)

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right] \quad \text{ניתן לומר כי: (ישירות כי מתקיים: } \vec{\nabla} \cdot \vec{M} = 0 \text{ כאשר: } \mu = \mu_0 \mu_r \text{)}$$

$$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{in} \quad \text{חוק אמפר:}$$



שדה מגנטי:

שדה מגנטי נוצר כתוצאה מתנועה של שדה חשמלי במרחב.

שדה חשמלי הנע במרחב יכול להיווצר בעקבות זרם חשמלי או שדות נוספים שיוצרים אותו.

לקווי השדה מקובל לקרוא בשם שטף מגנטי והוא מסומן ב- Φ (או Φ_B) ויחידותיו: [Wb].

$$\left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} \right] = [\text{T}] \quad \text{כאשר מתקיים } \vec{B} \text{ ויחידותיו } [\text{T}] \text{ כאשר מתקיים } [\text{T}]$$

השטף המגנטי מתאר את כמות קווי השדה המגנטי העוברים דרך משטח: $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$

אם צפיפות השטף המגנטי אחידה בשטח חתך A ניתן לכתוב: $B = \frac{\Phi}{A}$

חישובי שדות מגנטיים – חוק ביו-סבר:

אלמנט שדה מגנטי $d\vec{B}$ במרחב הנובע מתיל נושא זרם I יחושב לפי:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

כוח מגנטי (כוח לורנץ):

על מטען q הנע במהירות \vec{v} בתווך בו שורר שדה מגנטי בעל צפיפות שטף מגנטי \vec{B} ,

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \alpha \quad \text{פועל כוח מגנטי המקיים:}$$

אנרגיה מגנטית:

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \int \vec{H} \cdot \vec{B} dV = \frac{1}{2\mu_0} \int B^2 dV : \text{סך האנרגיה}, u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

השראות עצמית:

$$L = \frac{\Phi_B}{I} : \text{זרם } I \text{ ונמדדת ב-H.}$$

הערה:

יש המגדירים את ההשראות בתוך שינוי השטף ליחידת זרם: $L = \frac{d\Phi_B}{dI}$.
לעניין חישוב ההשראות אין משמעות מיוחדת לכך שכן ההשראות אינה תלויה בזרם או בשטף אלא בצורה הגאומטרית של הצורה/הרכיב שנחשב.

השראות של סליל:

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l} : (I \text{ שזורם בו זרם } a)$$

אנרגיה של סליל:

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2 : \text{האנרגיה האגורה בסליל שזורם בו זרם } I \text{ ולו השראות } L \text{ היא}$$

חוק פאראדיי:

שינוי השטף בזמן יוצר כוח אלקטרו-מניע (כא"מ) בתוך המסגרת המוליכה שבה שורר השטף. הכא"מ המסומן ε ויחידותיו ב-V, והוא יפעל לבטל את שינוי השטף שיצר אותו:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(B \cdot A)$$

$$\varepsilon = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dI} \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt} : \text{כתיבת חוק פאראדיי באמצעות השראות של סליל}$$

תוכן העניינים:

2	מבוא למערכות ליניאריות
2	אותות:
2	סיכום כללי:
7	שאלות:
9	תשובות סופיות:
12	תכונות של אותות:
12	סיכום כללי:
15	מערכות:
15	סיכום:

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 2

מבוא למערכות ליניאריות

אותות:

סיכום כללי:

מהו אות?

גודל בעל ערך פיזיקלי כלשהו המשתנה בזמן, במרחב או בשניהם. (בהמשך הסיכום ראה פירוט של סוגי האותות הנפוצים).

פונקצית הדלתא של דיראק:

פונקצית הדלתא מוגדרת להיות: $\delta(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} f(x, m)$.

כאשר:

- פונקצית התפלגות, כלומר $f(x) \geq 0$ לכל x , וגם $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$.
- הפונקציה דועכת לאפס ב- $\pm \infty$ חזק יותר מ- $\frac{1}{x}$, כלומר: $xf(x) \xrightarrow{|x| \rightarrow \infty} 0$.
- הפונקציה ממורכזת סביב ציר y במובן הבא: $\int_{-\infty}^0 f(x) dx = \int_0^{\infty} f(x) dx = \frac{1}{2}$.

תכונות:

- (1) לכל $x \neq 0$ מתקיים: $\delta(x) = 0$.
- (2) עבור: $x = 0$ נקבל: $\delta(x) \rightarrow \infty$.
- (3) כל הפונקציה מרוכזת סביב האפס. כלומר לכל $x > 0$ נקבל:

$$\int_{-x}^x f(x') dx' = 1 \quad \text{וכן:} \quad \int_x^{\infty} f(x') dx' = 0 \quad ; \quad \int_{-\infty}^{-x} f(x') dx' = 0$$

שימושים של פונקצית הדלתא:

(1) הכפלה: $f(t)\delta(t) = f(0)$

(2) הזזה: $f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)$

(3) שינוי סקלה: $f(t)\delta(at_0) = \frac{1}{|a|} f(t_0)$

(4) הזזה ושינוי סקלה: נניח וקיימת פונקציה $h(t)$: המקיימת: $a < t_0 < b: h(t_0) = 0$

נקבל: $f(t)\delta(h(t_0)) = \frac{f(t_0)}{|h'(t_0)|}$

(5) כאשר יש סדרת נקודות $\{t_i\}$ המקיימות: $h(t_i) = 0$ נקבל: $f(t)\delta(h(t)) = \sum_i \frac{f(t_i)}{|h'(t_i)|}$

רכבת הלמים:

עבור: $h(t) = \sin t$ נקבל: $\delta(\sin t) = \sum_n \delta(t - \pi n)$

פונקצית מדרגה:

נסמן: $u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(x) dx$ ונקבל לפי ההגדרה: $u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 1/2 & t = 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$

❖ דוגמא - כתיבת פונקציות באמצעות פונקצית מדרגה:

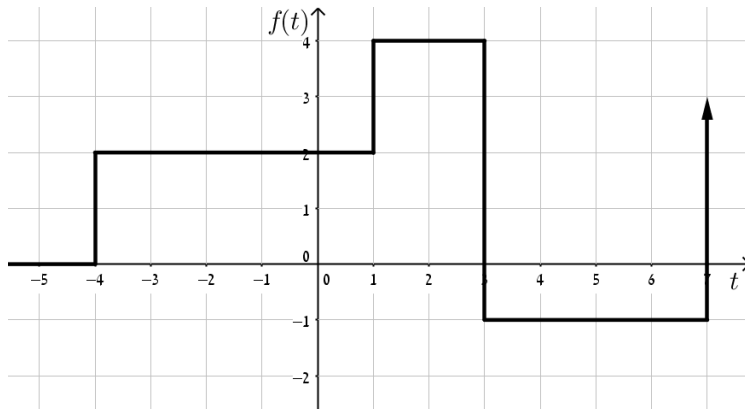
כתוב את הפונקציות הבאות עם מדרגה:

א. $f(t) = \begin{cases} 3 & t > 1 \\ 0 & t \leq 1 \end{cases}$

ב. $f(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \\ 2 & -1 \leq t < 2 \\ -3 & t > 2 \end{cases}$

❖ דוגמא - מציאת ביטוי מתוך גרף:

כתוב ביטוי מתמטי עבור הפונקציה הבאה:



פונקצית רמפה:

$$r(t) = tu(t) = \begin{cases} t & t > 0 \\ 0 & t \leq 0 \end{cases} \quad \text{נסמן: } r(t) = \int_{-\infty}^t u(x) dx \text{ ונקבל לפי ההגדרה:}$$

❖ דוגמא - סרטוט אות:

$$f(t) = 3r(t) - 2u(t-1) \quad \text{צייר את האות הבא:}$$

סיכום הקשר שבין פונקצית הדלתא, פונקצית המדרגה ופונקצית הרמפה:

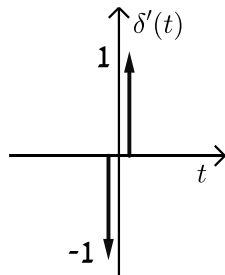
$$\frac{d^2 r(t)}{dt^2} = \frac{du(t)}{dt} = \delta(t) \quad \text{מההגדרות: } r(t) = \int_{-\infty}^t u(x) dx, \quad u(t) = \int_{-\infty}^t \delta(x) dx \text{ נובע כי:}$$

הנגזרת של פונקציית:

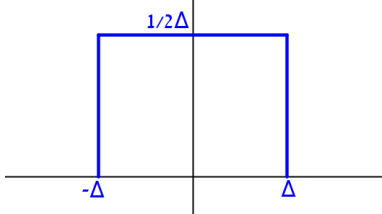
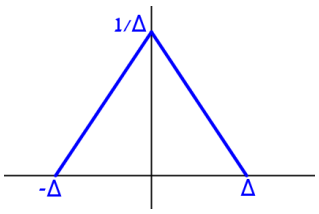
נסמן: $\delta'(t)$ וצורתה היא:

$$f(t) \delta'(t) = -f'(0) \quad \text{בפרט:}$$

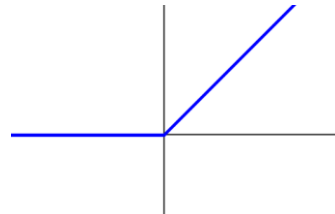
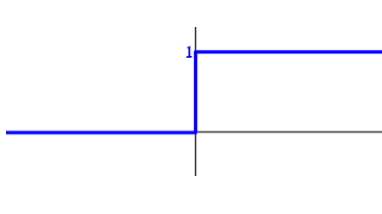
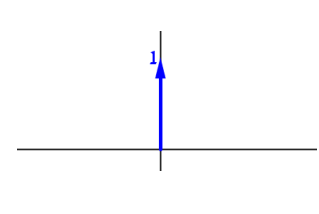
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) \delta^{(n)}(t) dt = (-1)^n f^{(n)}(0) \quad \text{הכללה:}$$



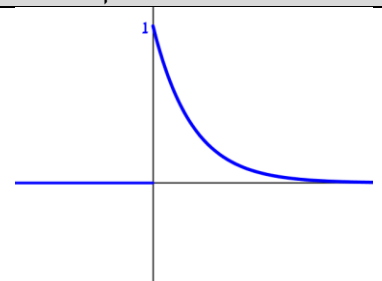
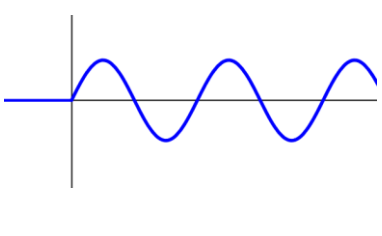
אותות כלליים:

פולס ריבועי	פולס משולש
 $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta} & -\Delta \leq t \leq \Delta \\ 0 & \text{else} \end{cases}$	 $f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta^2}t + \frac{1}{\Delta} & -\Delta \leq t \leq 0 \\ -\frac{1}{\Delta^2}t + \frac{1}{\Delta} & 0 \leq t \leq \Delta \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

אותות מוכללים:

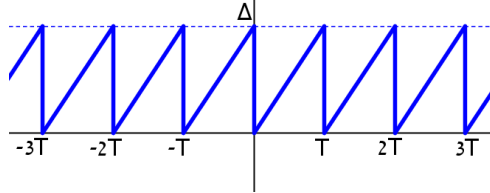
אות רמפה	אות מדרגה	אות דלתא
 $r(t) = \begin{cases} t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	 $u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$	 $\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$ $\int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} \delta(t) dt = 1$

אותות טבעיים:

אות מעריכי דועך	אות סינוסי
 $f(t) = e^{-\alpha t}u(t)$	 $f(t) = \sin(\omega t)u(t)$

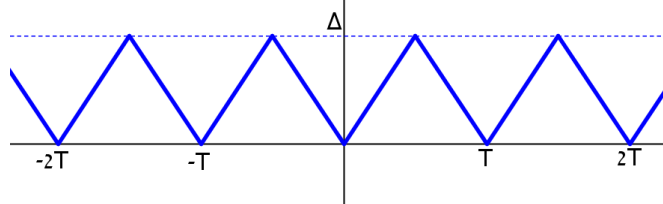
אותות מחזוריים:

אות שן מסור



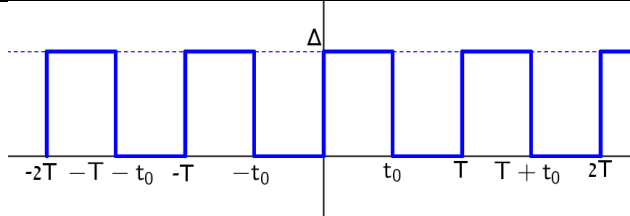
$$f(t) = \frac{\Delta}{T}t \quad kT \leq t < (k+1)T, \quad k \in \mathbb{Z}$$

אות משולש מחזורי



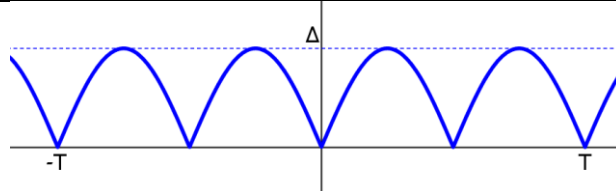
$$f(t) = \begin{cases} \frac{2\Delta}{T}t & kT \leq t < (k+1/2)T \\ \frac{\Delta}{T} - \frac{2\Delta}{T}t & (k+1/2)T \leq t < (k+1)T \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

פולס ריבועי מחזורי



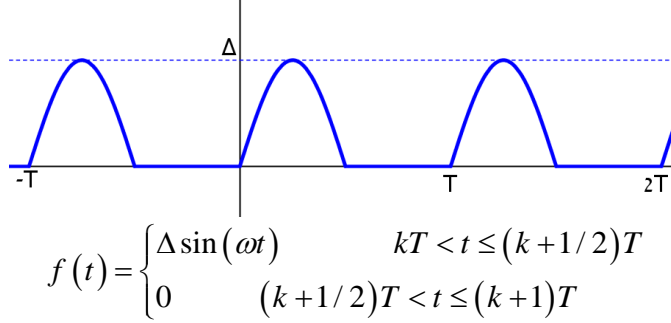
$$f(t) = \begin{cases} \Delta & kT \leq t < t_0 + kT \\ 0 & t_0 + kT \leq t < (k+1)T \end{cases}, \quad 0 < t_0 < T, \quad k \in \mathbb{Z}$$

אות סינוס מיושר גל שלם



$$f(t) = \Delta |\sin(\omega t)| = \begin{cases} \Delta \sin(\omega t) & kT < t \leq (k+1/2)T \\ -\Delta \sin(\omega t) & (k+1/2)T < t \leq (k+1)T \end{cases}, \quad \Delta > 0, \quad k \in \mathbb{Z}$$

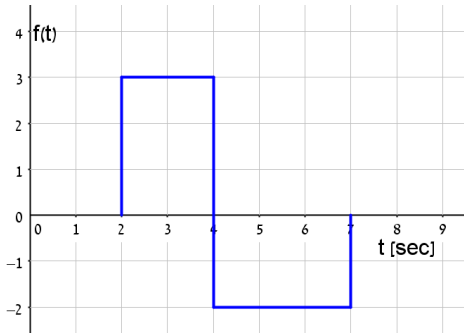
אות סינוס מיושר חצי גל



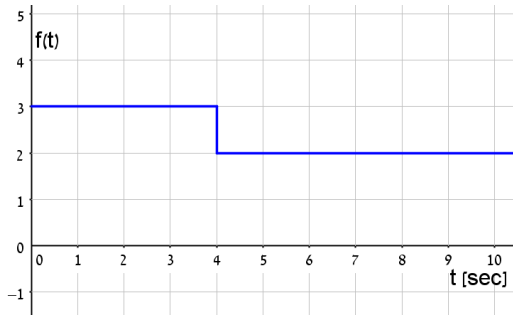
שאלות:

1) כתוב ביטוי מתמטי לכל אחד מאותות הכניסה במקרים הבאים:

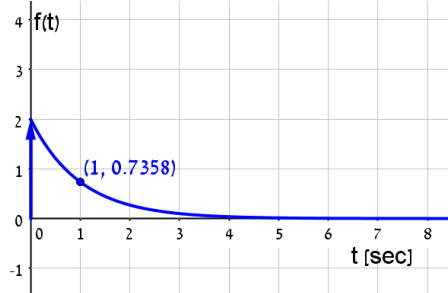
ב.



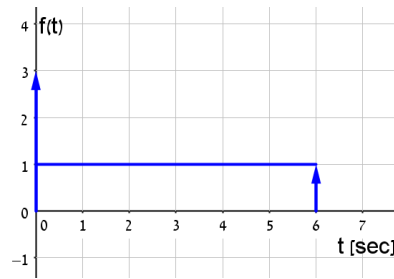
א.



ד.



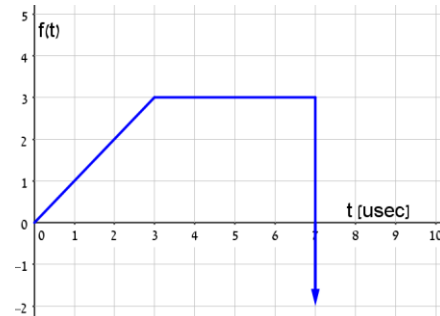
ג.

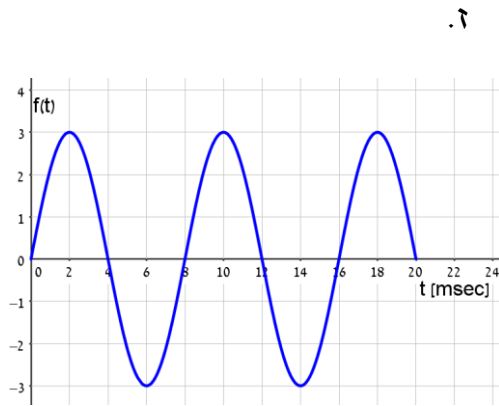
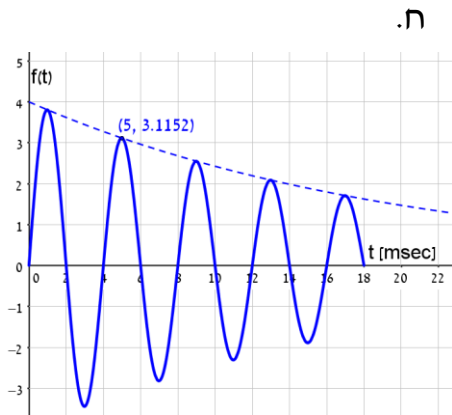


ו.



ה.





2) צייר את צורות הגל המתאימות בכל אחד מהמקרים הבאים :

א. $f(t) = 2u(t) - 3u(t-1)$

ב. $f(t) = 3t[u(t) - u(t-5)]$

ג. $f(t) = 10\sin(30t)u(t)$

ד. $f(t) = e^{-2t}(\delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2))$

ה. $f(t) = 6\sin(10t)[u(t-1) - u(t-6)]$

ו. $f(t) = e^{-0.1t} \cos(4t)u(t)$

ז. $f(t) = e^{-10t}u(t) - 2\delta(t)$

ח. $f(t) = (e^{-5t} - 3e^{-15t}) \cdot (\delta(t) + u(t))$

ט. $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u(t-k)$

י. $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} 4^{2-k} \delta(t-k)$

3) חשב את הביטויים הבאים :

א. $(t^2 - 3t)\delta(t-2)$

ב. $(t^2 - 3t)\delta(t)$

ג. $e^{-2t} \sin\left(\frac{\pi}{4}t\right) \cdot [\delta(t) + \delta(t-1) + \delta(t-2)]$

ד. $t \cdot e^{-t} [\delta(t-1) - 5\delta(t-2)]$

ה. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\delta(t-k)}{t^2}$

ו. $\sum_{k=0}^{\infty} 3^{-k} \delta(t-k)$

4) גזור את הפונקציות הזמניות הבאות :

א. $f(t) = e^{-20t}u(t)$

ב. $f(t) = \sin(\omega t)u(t)$

ג. $f(t) = tu(t)$

ד. $f(t) = t^2u(t)$

ה. $f(t) = e^{-5t}(\cos 3t - 3\sin 3t)u(t)$

ו. $f(t) = \sum_{k=1}^N ku(t-k)$

ז. $f(t) = \delta(t) + \sum_{k=1}^N e^{-10kt}u(t-2k)$

תשובות סופיות:

1) א. $f(t) = 3u(t) - u(t-4)$ ב. $f(t) = 3u(t-2) - 5u(t-4) + 2u(t-7)$

ג. $f(t) = 3\delta(t) + \delta(t-6) + u(t) - u(t-6)$ ד. $f(t) = 2\delta(t) + e^{-t}u(t)$

ה. $f(t) = t[u(t) - u(t-3)] + 3[u(t-3) - u(t-7)] - 2\delta(t-7)$

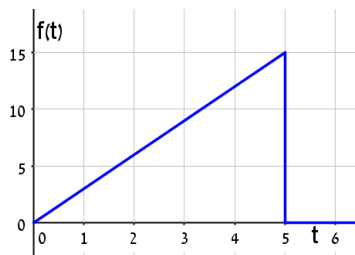
ו. $f(t) = 3[u(t) - u(t-2)] + \sum_{k=2}^7 (5-k)\delta(t-k)$

ז. $f(t) = 3\sin(250\pi t)[u(t) - u(t-0.02)]$

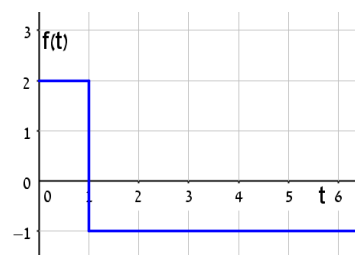
ח. $f(t) = 4\sin(500\pi t)e^{-50t}[u(t) - u(t-0.018)]$

2) להלן תוצאות התיאורים הגרפיים :

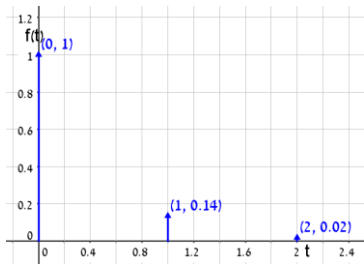
ב.



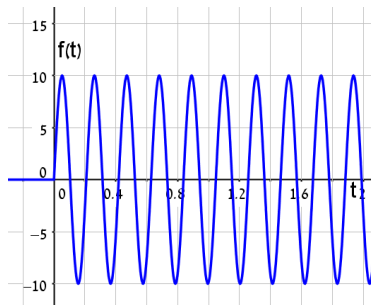
א.



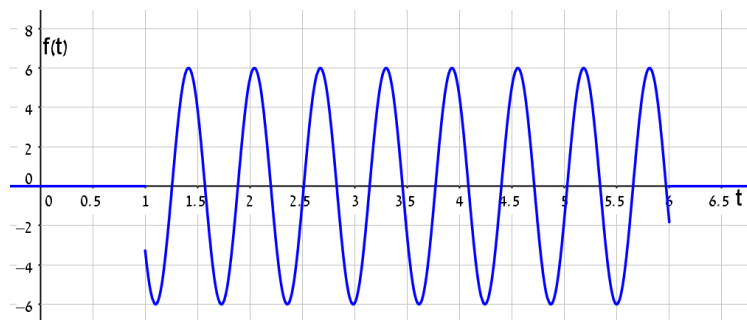
ד.



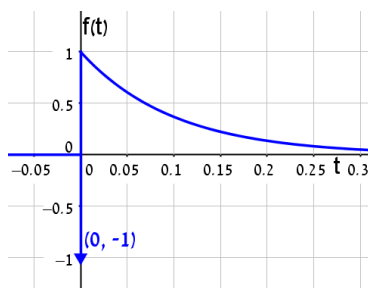
ג.



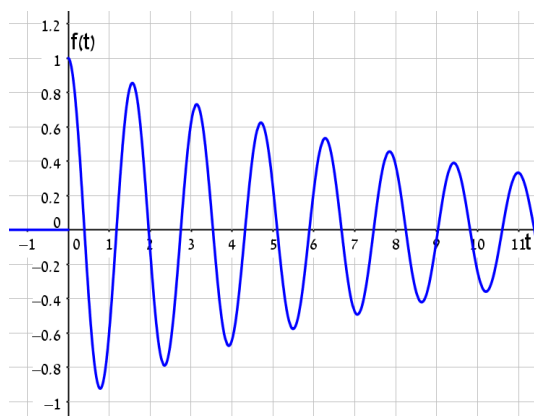
ה.



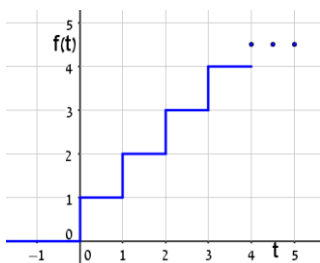
ז.



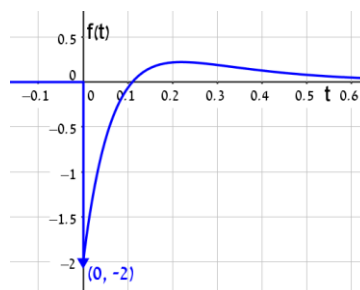
ו.



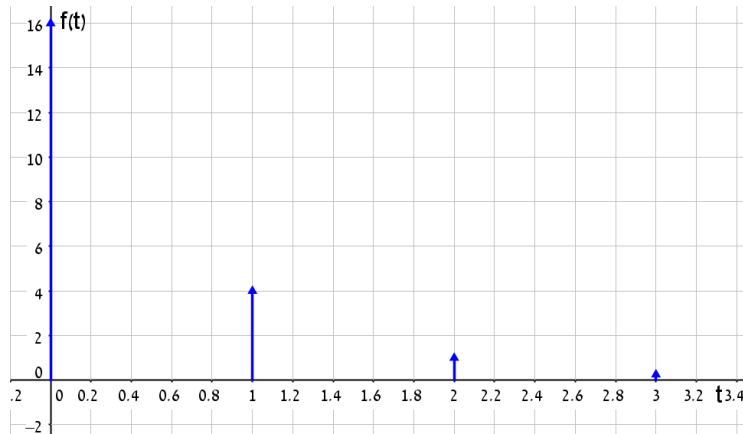
ט.



ח.



ג.



א. 0 ב. $-2\delta(t-2)$ ג. $e^{-1}\delta(t-1) - 10e^{-2}\delta(t-2)$ ד. $e^{-1}\delta(t-1) - 10e^{-2}\delta(t-2)$ (3)

א. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2} \delta(t-k)$ ב. $\sum_{k=0}^{\infty} 3^{-k} \delta(t-k)$ ג. $\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2}\delta(t-1) + e^{-4}\delta(t-2)$ ד. $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2} \delta(t-k)$

א. $f'(t) = u(t)$ ב. $f'(t) = \omega \cos(\omega t) u(t)$ ג. $f'(t) = -20e^{-20t} u(t) + \delta(t)$ ד. $f'(t) = u(t)$ (4)

א. $f'(t) = 2e^{-5t} (6 \sin 3t - 7 \cos 3t) u(t) + \delta(t)$ ב. $f'(t) = 2tu(t)$ ג. $f'(t) = 2e^{-5t} (6 \sin 3t - 7 \cos 3t) u(t) + \delta(t)$ ד. $f'(t) = 2tu(t)$

א. $f'(t) = \delta'(t) + \sum_{k=1}^N \left[-10ke^{-10kt} u(t-2k) + e^{-20k^2} (t-2k) \right]$ ב. $f'(t) = \sum_{k=1}^N k \delta(t-k)$

תכונות של אותות:

סיכום כללי:

אנרגיה והספק של אות:

האנרגיה של אות רציף $f(t)$ בתחום $[t_1 : t_2]$ תחושב באופן הבא: $E(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt$

באופן דומה, ההספק הממוצע בתחום זה יחושב: $P(t_1, t_2) = \frac{E(t_1, t_2)}{\Delta t} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |f(t)|^2 dt$

כדי לחשב את האנרגיה וההספק בכל התחום (כלומר: $(-\infty : \infty)$) נבצע:

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$$

$$P_\infty = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |f(t)|^2 dt$$

בהתאם להגדרות של אנרגיה והספק בתחום האינסופי (כלומר, על כל ציר הזמן) נוכל להבחין בין 3 מקרים אפשריים לפי סוגי האותות המתקבלים:

1. אותות בעלי אנרגיה סופית (והספק אפס). $(E < \infty, P = 0)$.
2. אותות בעלי הספק סופי אך אנרגיה אינסופית. $(E \rightarrow \infty, P < \infty)$.
3. אותות בעלי הספק אינסופי (וכמובן שגם אנרגיה אינסופית). $(E \rightarrow \infty, P \rightarrow \infty)$.

❖ דוגמאות - חישובי הספקים ואנרגיות :

חשב את ההספק והאנרגיה של האותות הבאים בכל התחום $(-\infty : \infty)$

וקבע לאיזה סוג שייך כל אות.

א. $f(t) = e^{-2t} u(t)$

ב. $f(t) = \sin(\omega_0 t) u\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$

ג. $f(t) = 3t \cdot u(t)$

אותות מחזוריים:

אות רציף $f(t)$ המחזורי בעל מחזור $T > 0$ מקיים: $f(t) = f(t+kT)$ לכל $t \in \mathbb{R}$ כאשר: $k \in \mathbb{Z}$.

❖ דוגמאות – מציאת מחזוריות של אותות:

קבע האם האותות הבאים הם מחזוריים. אם כן מצא את המחזור (הבע באמצעות הפרמטרים):

א. $f(t) = \sin(\omega_0 t)$, כאשר: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ ו- $T_0 > 0$.

ב. $f(t) = \cos(\omega_0 t) \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$ כאשר: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ ו- $\tau > 0, T_0 > 0$.

אותות זוגיים ואי-זוגיים:

אות $f(t)$ ייקרא זוגי אם הוא מקיים: $f(t) = f(-t)$ לכל $t \in \mathbb{R}$.

אות $f(t)$ ייקרא אי-זוגי אם הוא מקיים: $f(t) = -f(-t)$ לכל $t \in \mathbb{R}$.

ניתן לפרק כל אות כללי $f(t)$ לרכיב זוגי ורכיב אי זוגי באופן הבא:

$$f_{\text{even}}(t) = \frac{1}{2}(f(t) + f(-t))$$

$$f_{\text{odd}}(t) = \frac{1}{2}(f(t) - f(-t))$$

❖ דוגמאות – אותות זוגיים ואותות אי זוגיים:

קבע מי מבין האותות הבאים זוגי, מי הוא אי-זוגי, ומי לא זוגי ולא אי-זוגי:

א. $f(t) = \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \cdot \exp\left\{-\frac{t}{\tau_0}\right\}$

ב. $f(t) = \cos(\omega_0 t) \cdot \exp\left\{-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right\}$

ג. $f(t) = \frac{t-t^3}{2 \cosh(t)}$

❖ דוגמא – פירוק אות לרכיבים זוגי ואי זוגי:

כתוב את הרכיב הזוגי והרכיב האי-זוגי של האות הבא : $f(t) = \frac{t}{\tau} \exp\{-4t\}$

טרנספורמציה על ציר הזמן:

נרצה לבצע הזזה (טרנספורמציה) של אות $f(t)$ בציר הזמן כדי לקבל את האות $f(at+b)$.
הגודל b מייצג הזזה בציר הזמן והגודל a מייצג כיווץ/מתחה בציר הזמן.
כדי לבצע את הטרנספורמציה אנו נבצע:

(1) תחילה נזיז את האות לפי ערך ההזזה (קרי: השהייה).

(2) לאחר מכן נבצע את פעולת הכיווץ/מתחה.

❖ דוגמא – סרטוט של אות:

נתון האות: $f(t) = 2r(t) - 2r(t-3) - 6u(t-6)$. צייר את האות $f(3t-4)$.

מערכות:

סיכום:

מערכת:

נתייחס לאות זמני הנכנס לקופסא בתור $x(t)$ ולאות היוצא מקופסא שכזו בתור $y(t)$. הפעולה עצמה שהקופסא הסגורה מבצעת תסומן ב- H .

לקופסה הסגורה נקרא בשם **מערכת** ונכתוב את הקשר שבין האותות כך: $y(t) = H\{x(t)\}$.

צורת סימון נוספת: $x(t) \xrightarrow{H} y(t)$.

גרפית, מקובל לצייר באופן הבא: $x(t) \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow y(t)$

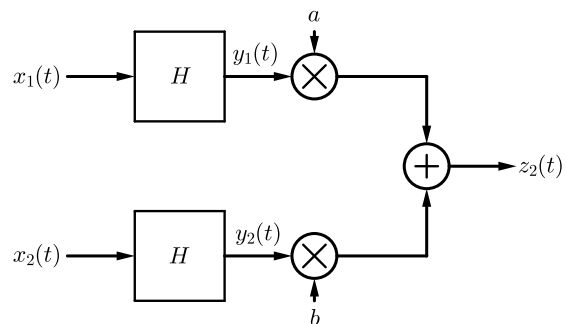
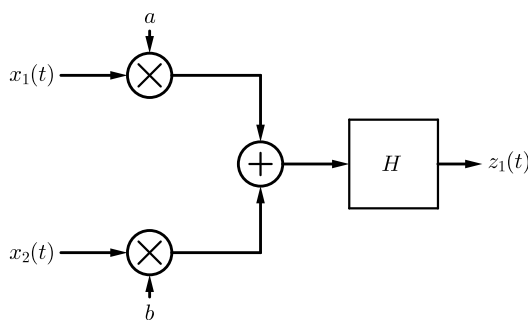
מערכת ליניארית (Linear System):

נתונה מערכת H אשר אליה נכנסים שני אותות $x_1(t)$ ו- $x_2(t)$

כך ש: $y_1(t) = H\{x_1(t)\}$ ו- $y_2(t) = H\{x_2(t)\}$.

אם מתקיים: $H\{ax_1(t) + bx_2(t)\} = ay_1(t) + by_2(t)$ אז נאמר כי המערכת היא **ליניארית**.

גרפית, מקובל להציג מערכת שכזו באופן הבא:



❖ דוגמא - הוכחת ליניאריות:

נתונה מערכת H המקיימת: $y(t) = 4 \frac{d}{dt} x(t)$.

- א. כתוב את האופרטור של המערכת, H .
- ב. בדקו האם המערכת היא ליניארית או לא.

❖ דוגמא - שלילת ליניאריות:

הראה כי מערכת המקיימת: $y(t) = x(t) - 1$ היא אינה ליניארית.

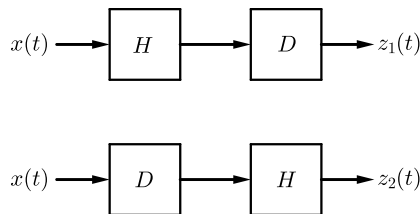
מערכת קבועה בזמן (Time Invariant):

מערכת הקבועה בזמן היא כזו שהשהיית האות בכניסתה גוררת השהייה זהה באות המוצא.

מתמטית, נניח כי: $y(t) = H\{x(t)\}$ אז מתקיים: $y(t-D) = H\{x(t-D)\}$ לכל $D \in \mathbb{R}$.

סימון נוסף לאופרטור ההזזה: $(s_Y f) \triangleq f(t-Y)$ כאשר $Y \in \mathbb{R}$ מתאר את ההזזה.

גרפית, נציג זאת באופן הבא:



מסקנות מיידיות:

- 1) מערכת המבצעת הכפלה בזמן, או כל פעולה התלויה בזמן, לא יכולה להיות קבועה בזמן (TI).
- 2) מערכת הקבועה בזמן כוללת פעולות שאינן תלויות בזמן בלבד, כגון הוספת קבועים או הכפלת אות הכניסה בקבוע.
- 3) מערכת המפוצלת לתחומי זמן שונים לעולם תהיה תלויה בזמן.

❖ דוגמא - השהייה בזמן:

נבדוק אם המערכות הבאות הן קבועות בזמן:

א. $\frac{d}{dt}x(t) = y(t)$

ב. $y(t) = t \cdot x(t)$

מערכת LTI:

מערכת המקיימת את תכונת הליניאריות והיא קבועה בזמן נקראת: Linear Time invariant. בקיצור אנו נקרא להן **מערכות LTI**. במסגרת הקורס שלנו אנו נעסוק במערכת LTI ונלמד את תכונותיהן.

תכונות של מערכות:

ניתן לאפיין מערכת (לאו דווקא מערכת LTI) ע"י מספר תכונות:

- 1) מערכת חסרת זיכרון (Memoryless System):
בה המוצא תלוי בערך הכניסה אך ורק בזמן הנתון ולא בזמנים אחרים.
מתמטית, נאמר כי עבור שתי כניסות $f(t)$ ו- $g(t)$ למערכת H , מתקיים לכל t_0
בתחום ההגדרה שלהן: $H\{f(t_0)\} = H\{g(t_0)\}$.
- 2) מערכת סיבתית (Casual System):
המוצא נקבע ע"י ערך הכניסה בזמן הווה ובזמני עבר, אך לא בזמני עתיד.
- 3) מערכת יציבה (Bounded Input Bounded Output) BIBO:
מערכת שבה המוצא חסום בערכיו לכל כניסה החסומה גם היא.
מתמטית נסמן: $\forall t \in \Omega: |x(t)| \leq M < \infty \rightarrow |y(t)| \leq N < \infty$
(כאשר: Ω הוא תחום ההגדרה של אות הכניסה $x(t)$).
- 4) מערכת הפיכה (Inversible System):
מערכת שבה ניתן לשחזר את אות הכניסה מאות המוצא ביחידות (חח"ע).

❖ דוגמא - תכונות של מערכות:

קבע האם מערכת המקיימת את המשוואה: $y(t) = a \cdot x^2(t) + b \cdot x(t-3) + c$ היא:

- חסרת זיכרון.
- סיבתית.
- יציבה BIBO.
- הפיכה.

התגובה להלם:

נוכל לתאר את המוצא של כל אות כניסה $x(t)$ ע"י פירוקו להלמים (קרי: דלתאות).

כדי לבצע זאת נגדיר את מוצא המערכת עבור כניסת דלתא בתור **תגובת המערכת להלם**.

התגובה להלם של המערכת תסומן: $h(t)$ ונכתוב: $h(t) = H\{\delta(t)\}$ או, בכתובה יותר

$$x(t) = \delta(t) \xrightarrow{H} y(t) = h(t) \text{ מפורטת:}$$

על מנת שנוכל לתאר כל אות מוצא ממערכת באמצעות התגובה להלם, המערכת חייבת להיות LTI. רק כך תתאפשר ההזזה בזמן והליניאריות בין הכניסה למוצא.

אינטגרל הקונבולוציה:

$$\text{נסמן: } \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)h(\tau) d\tau \triangleq x(t) * h(t)$$

הוא נקרא **אינטגרל הקונבולוציה** בין שני אותות.

משפט הקונבולוציה:

המוצא של כל מערכת LTI ניתן לתיאור ע"י קונבולוציה בין אות הכניסה

$$\text{ותגובת המערכת להלם: } y(t) = x(t) * h(t)$$

תוכן העניינים:

2 יסודות המעגל החשמלי
2 הגדרות יסודיות במעגלים חשמליים :
2 סיכום כללי :
11 שאלות :
14 תשובות סופיות :

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 3

יסודות המעגל החשמלי

הגדרות יסודיות במעגלים חשמליים:

סיכום כללי:

מעגל מקובץ:

מעגל מקובץ הוא מעגל המורכב מרכיבים מקובצים. רכיב מקובץ הינו רכיב שאורכו הפיזי, L_c , קטן משמעותית מאורך הגל של האות

החשמלי המתאים לתדר חשמלי ω העובר במעגל: $\lambda = \frac{c}{f} = 2\pi \frac{c}{\omega} \gg L_c$.

הגדרה מכיוון אחר:

נסמן את פרק הזמן שלוקח לגל מישורי לעבור התקן באורך L_c ב- τ_c ונקבל: $\tau_c = \frac{L_c}{c} \ll \frac{1}{f} = T$.

יסודות המעגל החשמלי:

מעגל חשמלי כללי מורכב מ-4 מרכיבים עיקריים:

- מקור – מספק אנרגיה חשמלית למעגל (סוללה / גנרטור).
- צרכן/עומס – מנצל את האנרגיה החשמלית.
- תמסורת – רשת המכוונת את האנרגיה מהמקור לעומס/ים.
- בקרה – אפשרות לשלוט על פעולת/ות המעגל (בין באופן ידני בין באופן אוטומטי).

הזרם החשמלי:

זרם חשמלי מוגדר בתור כמות המטען Q שעובר דרך חתך A בפרק זמן t .

כלומר: $i(t) = \frac{dQ}{dt}$. יחידות: $\left[\frac{C}{sec} \right] = [A]$ → $i = \frac{dQ}{dt}$, כלומר: $[i] = A$.

המתח החשמלי:

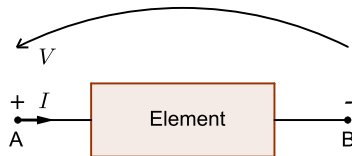
המתח החשמלי בתור הפרש פוטנציאלים בין שתי נקודות במרחב: $v_{12} = v_1 - v_2$.
(מתח חיובי מקיים: $v_1 > v_2$ ומתח שלילי מקיים: $v_1 < v_2$).

$$[v] = \left[\frac{E_p}{q} \right] = \left[\frac{J}{C} \right] = [V]$$

יחידות הפוטנציאל החשמלי: $[v] = \left[\frac{E_p}{q} \right] = \left[\frac{J}{C} \right] = [V]$.

כיווני ייחוס:

ניתן לאפיין כל רכיב חשמלי ע"י המתח החשמלי הנופל על הדקיו והזרם החשמלי העובר דרכו. על מנת לנתח מעגלים שונים, נפתח במוסכמות שילוו אותנו לאורך הקורס עבור כיווני הגדלים באופן הבא:



סוגי חיבורים וסכימה של מתחים וזרמים על אלמנטים חשמליים:

נוכל לחבר אלמנטים חשמליים במספר אופנים.

בפרט, עבור אלמנטים בעלי שני הדקים נגדיר שתי צורות חיבור:

- חיבור אלמנטים בטור - בו הדק אחד של אלמנט מחובר לשני.
- חיבור אלמנטים במקביל - בו שני ההדקים של האלמנטים מחוברים יחדיו.

חוק אוהם (Ohm's law):

הקשר שבין אות מתח ואות הזרם הקיימים על פני רכיב מסוים ניתן לתיאור פשוט

$$I = \frac{V}{R} ; V = IR$$

ע"י חוק אוהם באופן הבא: $V = IR$; $I = \frac{V}{R}$.

הגודל R מתאר את ההתנגדות של רכיב מסוים.

$$[Ohm] = \frac{Volt}{Ampere} \rightarrow [\Omega] = \left[\frac{V}{A} \right]$$

יחידות התנגדות הן אוהם (Ohm): Ω ומקיימות: $[Ohm] = \left[\frac{V}{A} \right]$.

הערה:

ניתן גם להסתכל על מוליכות חשמלית במקום על התנגדות חשמלית.

מוליכות חשמלית מוגדרת בתור: $G = \frac{I}{V}$ ויחידותיה:

$$\text{Ohm}^{-1} = \text{Simens} = \text{Mho} = \frac{\text{Ampere}}{\text{Volt}} \rightarrow [S] = [\mathcal{U}] = \left[\frac{\text{A}}{\text{V}} \right]$$

המוליכות החשמלית מוגדרת בתור הנטייה של רכיב לאפשר זרימה של מטענים.

מתקיים: $R \cdot G = 1$.

הנגד כרכיב חשמלי:

רכיב המורכב מסגסוגת של חומרים מוליכים ומבודדים באופן כזה שניתן לשלוט על מידת ההתנגדות שלו.

❖ דוגמאות - חישובים יסודיים באמצעות חוק אוהם:

נגד נמצא בין שתי נקודות הפוטנציאל החשמלי הבאות: $V_1 = 15\text{V}$ ו- $V_2 = 27\text{V}$ וזורם בו זרם של 2mA . מה היא התנגדותו?

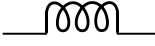

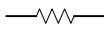
נגד מוחזק בקצהו האחד בפוטנציאל של 20V וזורם בו זרם של 2A . ידוע כי התנגדותו היא 15Ω . באיזה פוטנציאל מוחזק הנגד בקצהו השני?

רכיבים חשמליים:

נחלק את הרכיבים החשמליים לשני סוגים: רכיבים פאסיביים ורכיבים אקטיביים.

- רכיבים פאסיביים הם כאלו שצורכים אנרגיה (כמו נגד) או אוגרים אותה (כמו קבל וסליל).
- רכיבים אקטיביים מספקים אנרגיה למעגל החשמלי. אלו הם בעיקר מקורות אנרגיה, מגברים וכו'.

רכיבים חשמליים פאסיביים ואידיאליים:

סליל	קבל	נגד	
$\Phi = L \cdot I$	$Q = C \cdot V$	$V = IR$	משוואה
			סמל חשמלי

תכונות של רכיבים פאסיביים:

רכיבים פאסיביים מכילים שתי תכונות מרכזיות:

- ליניאריות.
- תלות בזמן.

ליניאריות:

עבור רכיב ליניארי, הקשר שבין המתח וזרם $V(t) = f(I(t))$ מוגדר לכל V ולכל I .
עבור רכיב לא ליניארי, ניתן לאפיין את הקשר $V(t) = f(I(t))$ באופן שונה עבור תחומי מתחים וזרמים שונים.

תלות בזמן:

רכיב התלוי בזמן הוא כזה שערכיו ישתנו בתלות בזמן, (למשל התנגדותו של נגד, קיבולו של קבל וכו') בעוד שרכיב שאינו תלוי בזמן יתואר ע"י ערכים קבועים של אותות המתח והזרם דרכו בכל זמן.

❖ דוגמאות:

(1) נגד ליניארי וקבוע בזמן: $V(t) = R \cdot I(t)$.

(2) נגד ליניארי התלוי בזמן: $V(t) = R(t) \cdot I(t)$.

א. $R(t) = R_0 + R \cdot f(t)$ כאשר: $f(t) = \sin^2(\omega t)$.

ב. $R(t) = R_1 \cdot \sin(\omega t) + R_2 \cdot \cos(\omega t)$.

ג. $R(t) = R_0 \cdot \exp\{-t / \tau\}$.

3) נגד לא ליניארי (וקבוע בזמן):

$$.R = \begin{cases} R_1 & I > 0 \\ R_2 & I < 0 \end{cases} .א.$$

$$.R = \begin{cases} \frac{I}{I_0} \cdot R_0 & 0 < I < I_0 \\ R_0 \exp \left\{ - \left(\frac{I}{I_0} \right)^2 \right\} & I > I_0 \end{cases} .ב.$$

ג. נגד לא ליניארי יכול גם להינתן ע"י תיאור גרפי של האופיין שלו.

4) הדיודה המעשית: $I = I_0 \left(\exp \left\{ \frac{V}{v_{TH}} \right\} - 1 \right)$ כאשר: $v_{TH} = 26 \text{ mV}$, $I_0 \approx 10^{-12} \text{ A}$.

$$.r_D = \frac{dV}{dI} = \left(\frac{dI}{dV} \right)^{-1} = \frac{v_{TH}}{I_0} e^{-\frac{V}{v_{TH}}}$$

התנגדות הדיודה ניתנת לחישוב לפי:

קשר בין מתח וזרם ברכיבים ריאקטיביים:

קשר דיפרנציאלי	קשר אינטגרלי	
$I = C \frac{dV_C}{dt}$	$V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I_C(t') dt'$	קבל
$V_L = L \frac{dI}{dt}$	$I_L(t) = I_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t V_L(t') dt'$	סליל

הספקים של רכיבים פאסיביים:

$$.P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dQ} \frac{dQ}{dt} = V \cdot I$$

ההספק (Power) מוגדר בתור השינוי הזמני של האנרגיה:

$$.P(t) = V(t) \cdot I(t)$$

עבור אותות זמניים $I(t)$ ו- $V(t)$ נגדיר את ההספק הרגעי:

$$.[P] = [V][I] = \text{Volt} \cdot \text{Ampere} = \text{Watt}$$

$$.[P] = \frac{[W]}{[T]} = \frac{\text{Joule}}{\text{sec}} = \text{Watt}$$

מכיוון אחר אפשר גם להגדיר:

ביטויים עבור ההספק והאנרגיה ברכיבים פאסיביים:

אנרגיה	הספק	
$W_R(t) = P_R(t) \cdot t$	$P_R(t) = I_R^2(t) \cdot R$	נגד
$W_C(t) = \frac{1}{2} C V_C^2(t)$	$P_C(t) = \frac{d}{dt} W_C(t) = \frac{1}{2} C V_C(t) \frac{dV_C}{dt}$	קבל
$W_L(t) = \frac{1}{2} L I_L^2(t)$	$P_L(t) = \frac{d}{dt} W(t) = L I_L(t) \frac{dI_L}{dt}$	סליל

הערות:

(1) אם בזמן $t = 0$ ידוע כי היה על הקבל מתח מסוים אז: $W_C(t) = \frac{1}{2} C (V_C^2(t) - V_C^2(0))$
מכיוון ש- $V_C(0) \neq 0V$.

(2) אם בזמן $t = 0$ ידוע כי היה על הקבל מתח מסוים אז: $W_L(t) = \frac{1}{2} L (I_L^2(t) - I_L^2(0))$
מכיוון ש- $I_L(0) \neq 0A$.

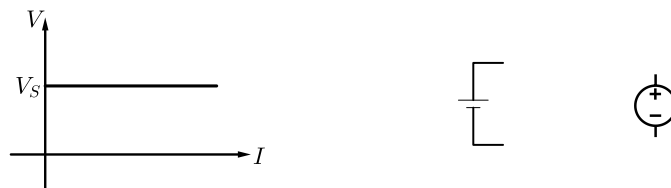
מקורות אנרגיה:

מקורות אנרגיה הם רכיבים אשר מספקים אנרגיה חשמלית/מגנטית למעגל.
ניתן לחלק את מקורות האנרגיה לשני סוגים:

- מקורות בלתי תלויים.
- מקורות תלויים.

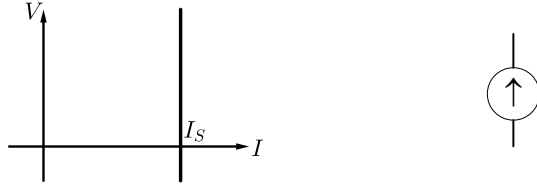
(1) מקור מתח בלתי תלוי אידיאלי:

רכיב חשמלי המספק מתח חשמלי נתון וקבוע למעגל ללא תלות בזרם העובר דרכו.
להלן הסמל החשמלי והאופיין החשמלי:



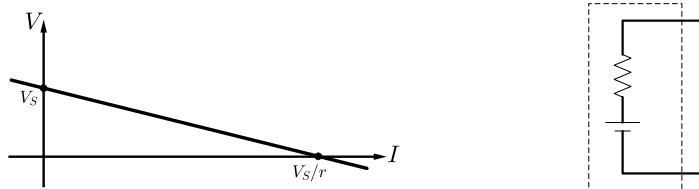
(2) מקור זרם בלתי תלוי אידיאלי:

רכיב חשמלי המספק זרם חשמלי נתון וקבוע למעגל ללא תלות במתח הנופל עליו. להלן הסמל החשמלי והאופיין החשמלי:



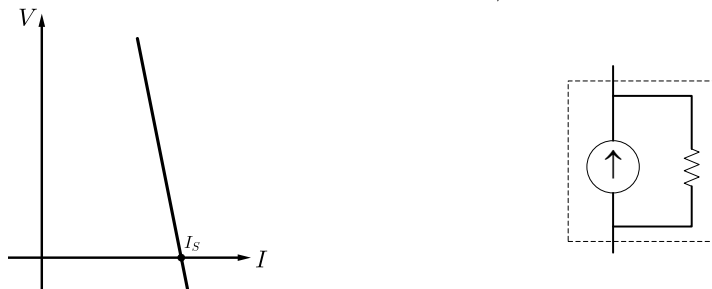
(3) מקור מתח בלתי תלוי מעשי:

מקור מתח מעשי מורכב מחומרים כימיים אשר מתחממים ומהווים התנגדות פנימית של הרכיב. נסמן את ההתנגדות הפנימית ב- r ונקבל את הסכמה החשמלית והאופיין הבאים:



(4) מקור זרם בלתי תלוי מעשי:

בדומה למקור מתח, גם מקור זרם מעשי מורכב מחומרים כימיים אשר מהווים התנגדות פנימית של הרכיב. נסמן את ההתנגדות הפנימית ב- r ונקבל את הסכמה החשמלית והאופיין הבאים:

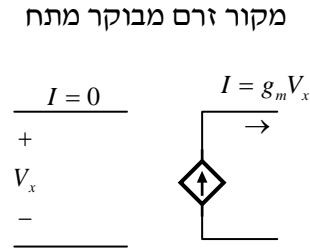
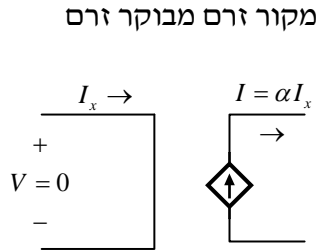
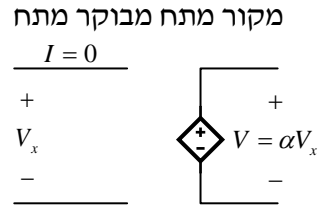
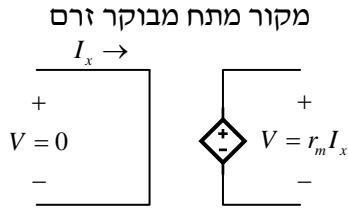


מקורות תלויים (מבוקרים):

מקורות תלויים הינם מקורות אנרגיה אשר המתח או הזרם המסופק על-ידם תלוי בערכי מתח וזרם ממקום אחר במעגל. הסמלים החשמליים של מקורות אלו הם:



ישנם 4 סוגים של מקורות תלויים :



הגדרות במעגלים חשמליים – טופולוגיות של מעגל:

מונח	הגדרה
צומת	נקודת מפגש בין שלושה אלמנטים חשמליים שונים או יותר
ענף	קטע המחבר בין שני צמתים ומכיל אלמנט חשמלי אחד לפחות
לולאה	מסלול סגור היוצא ומסתיים באותה הנקודה

הערה:

צומת הכולל מפגש של שני אלמנטים חשמליים נקרא 'צומת מנוון'. ברוב המקרים, לא נייחס חשיבות לצומת שכזה ולא נספור אותו במניין הצמתים שבמעגל מסוים.

חוקי קירכהוף:

(1) חוק הזרמים של קירכהוף (KCL - Kirchhoff Current Law):

סכום הזרמים הנכנסים וצומת ויוצאים ממנה שווה לאפס:

$$\sum_{n=1}^N i_n = 0 \Rightarrow \sum i_{in} = \sum i_{out}$$

(2) חוק המתחים של קירכהוף (KVL - Kirchhoff Voltage Law):

סכום המתחים על פני לולאה סגורה שווה לאפס:

$$\sum_{n=1}^N v_n = 0$$

הספקים חשמליים של מקורות אנרגיה:

כאשר עוסקים בהספקים ממקורות אנרגיה נגדיר:

ספק – מקור אנרגיה שנותן אנרגיה למעגל (מתקבל הספק חיובי).

צרכן – מקור אנרגיה שצורך/לוקח אנרגיה מהמעגל (מתקבל הספק שלילי).

- אם הזרם הולך עם כיוון המתח (חצים באותו כיוון) אז הספק המקור יחושב כגודל חיובי והמקור הוא ספק.
- אם הזרם הולך נגד כיוון המתח (ראש בראש) אז הספק המקור יחושב כגודל שלילי והמקור הוא צרכן.

הספקים ונצילות במעגל:

במעגלים חשמליים עם נגדים בלבד, נוכל לנסח את הכלל באופן הבא (מאזן הספקים):

$$\sum P (\text{נגדים}) = \sum P (\text{מקורות})$$

נצילות מוגדרת בתור היחס שבין האנרגיה המנוצלת במערכת, E_{Consumer} ,

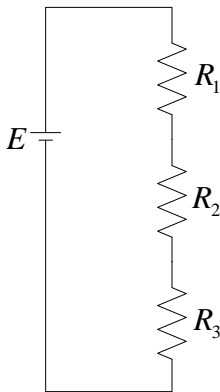
לבין האנרגיה המושקעת בה, E_{Total} כך: $\eta = \frac{E_{\text{Consumer}}}{E_{\text{Total}}}$.

בפועל, נחשב נצילות ברוב המקרים ע"י יחס ההספקים במעגל (הספק הצרכן ביחס

להספק המקורות): $\eta = \frac{P_{\text{Load}}}{P_{\text{Sources}}}$. הנצילות היא גודל שברי חסר יחידות.

❖ דוגמא - מבנה מעגל חשמלי יסודי וסימונים:

במעגל שלפניך נתון: $E = 12V$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 5\Omega$



א. מצא את הזרם במעגל.

ב. מצא את ערכי הפוטנציאל החשמלי בין כל הנגדים ואת המתח על פני R_2 .

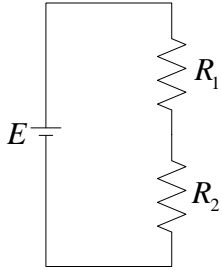
ג. מה הוא הספק הכניסה למעגל?

ד. מה הם ההספקים המתפזרים על כל נגד?

ה. מה היא נצילות המעגל בהנחה שהנגד R_2 הוא העומס?

שאלות:

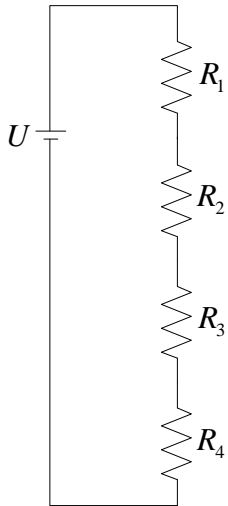
(1) לפניך המעגל הבא :



נתון: $R_1 = 3k\Omega$, $R_2 = 4k\Omega$, $E = 7V$.

- מהי ההתנגדות השקולה של המעגל?
- מצא את הזרם במעגל.
- חשב את מפל המתח שעל פני כל נגד.
- מה הוא ההספק של כל נגד?
- בהנחה שהנגד R_1 הוא העומס במעגל, מהי נצילות המעגל?

(2) לפניך המעגל הבא :



נתון: $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 4R$, $R_4 = 9R$.

הזרם במעגל הוא 2A.

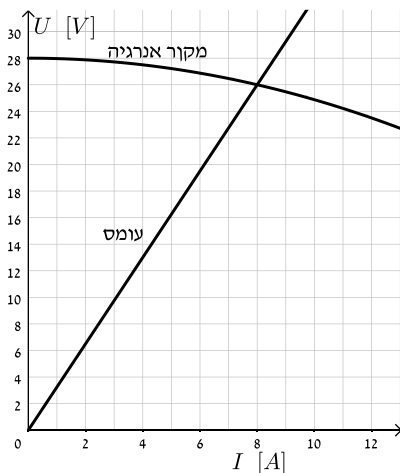
- הבע באמצעות R את הגדלים הבאים:
 - ההתנגדות השקולה של המעגל.
 - המתח של מקור המתח.
 - מפל המתח שעל פני כל נגד במעגל.
- הראה כי נצילות המעגל כאשר הנגד R_3 הוא העומס היא 25%.
- מצא את R אם ידוע כי מאזן ההספק הוא 160kW.

(3) עומס חשמלי מחובר למקור אנרגיה של זרם ישר.

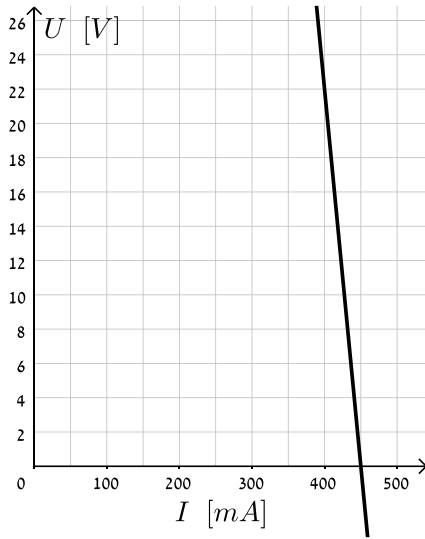
קו העבודה של העומס החשמלי

וקו העבודה של מקור האנרגיה מופיעים

בסרטוט הבא :

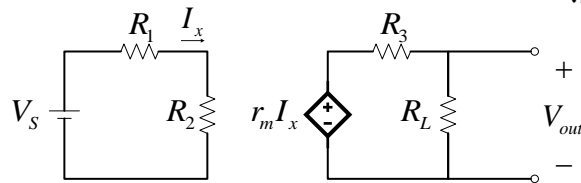


- מה התנגדות העומס בנקודת העבודה המשותפת למקור ולעומס?
- מה הספק העומס בנקודת העבודה הזאת?
- מה ההתנגדות הפנימית של מקור האנרגיה בנקודת העבודה הזאת?
- מהי נצילות העברת האנרגיה מהמקור לעומס?

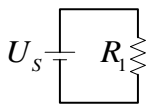


- 4) לפי גרף של מקור זרם מעשי:
- מה היא ההתנגדות הפנימית של מקור הזרם?
 - מה הזרם המקסימלי שיכול המקור לספק?
 - איזה מתח יהיה על מקור הזרם כאשר יספק זרם של $0.2A$?

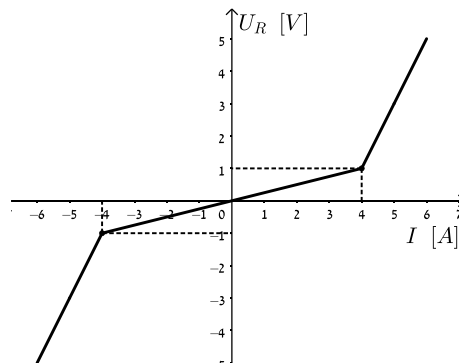
5) לפי המעגל הבא.



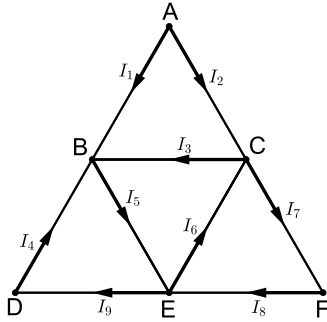
- הבע את מתח המוצא V_{out} באמצעות הגדלים שבסכמה החשמלית.
- המעגל משמש כחוצץ מתח, כלומר, מתח המוצא צריך להיות שווה למתח הכניסה אך ללא אפשרות של מעבר זרם בין שני חלקי המעגל. מצא תנאי על r_m אשר יבטיח זאת.



- 6) נתון המעגל הבא ובו: $U_S = 12V$ ו- $R_1 = [\cos(\pi t) + 2] \Omega$.
- מצא ביטוי אנליטי עבור הזרם במעגל.
 - מצא ביטוי אנליטי עבור הזרם במעגל אם כעת הנגד R_1 מקיים את האופיין הבא:



- ג. מצא ביטוי אנליטי עבור הזרם במעגל אם כעת הנגד מתנהג עפ"י האופיין שמתואר בסעיף ב' ומקור המתח הוא: $U_s = 12 \sin(\pi t) \text{ V}$. האם ניתן להגדיר את הזרם במעגל בכל זמן? נמק. מצא את U_0 בביטוי $U_s = U_0 \sin(\pi t) \text{ V}$ עבורו הזרם יהיה מוגדר לכל זמן.



7 נתון המעגל הבא בו בכל ענף יש אלמנט חשמלי כלשהו.

כיווני הזרמים בכל ענף מסומנים ב- I_1 עד I_9 .

א. נתון: $I_1 = 3A$, $I_3 = 8A$, $I_5 = 6A$.

מצא את שאר הזרמים.

במידה וחסרים נתונים ציין מה הם.

ב. ללא קשר לסעיף הקודם, כעת נתון:

$U_1 = 7V$, $U_3 = 4V$, $U_5 = 5V$, $U_9 = -2V$

מצא את שאר המתחים.

שים לב – כיווני המתחים הם בהתאם לכיווני הזרמים

(ראש חץ המתח יימצא בתחילת חץ הזרם).

במידה וחסרים נתונים ציין מה הם.

תשובות סופיות:

- (1) א. $R_T = 7\text{k}\Omega$ ב. 1mA ג. $U_{R_1} = 3\text{V}, U_{R_2} = 4\text{V}$ ד. $P_{R_1} = 3\text{W}, P_{R_2} = 4\text{W}$ ה. 42.82%
- (2) א. i. $16R$ ii. $32R$ iii. $U_{R_1} = 2R, U_{R_2} = 4R, U_{R_3} = 8R, U_{R_4} = 18R$ ג. $R = 2.5\text{k}\Omega$
- (3) א. 3.25Ω ב. 208W ג. 0.25Ω ד. 92.8%
- (4) א. 440Ω ב. 450mA ג. 110V
- (5) א. $V_{out} = \frac{R_L}{R_3 + R_L} \frac{r_m}{R_1 + R_2} V_s$ ב. $r_m = \frac{(R_3 + R_L)(R_1 + R_2)}{R_L}$
- (6) א. $I = \frac{12}{\cos(\pi t) + 2} [\text{A}]$ ב. $I = 6\text{A}$
- ג. נקבל: $I = \begin{cases} 48 \sin(\pi t) & -0.026 + k < t < 0.026 + k \\ 6 \sin(\pi t) & 0.232 + k < t < 0.767 + k \\ \text{Undefined} & \text{else} \end{cases}$, $k \in \mathbb{Z}$
- יש לדרוש $0 < U_0 < 1$ ואז נקבל: $I = 4U_0 \sin(\pi t)$
- (7) א. $I_2 = -3\text{A}, I_4 = -5\text{A}, I_6 = I_7 + 11, I_8 = I_7, I_9 = -5\text{A}$ ב. $U_2 = U_4 = -3\text{V}, U_6 = -9\text{V}, U_7 + U_8 = 9\text{V}$
- יש לקבל את אחד מהזרמים I_6, I_7 או I_8 מאחר והם תלויים.
- יש לקבל את אחד מהמתחים U_7, U_8 כדי שיהיה פתרון יחיד.

תוכן העניינים:

2	שיטות יסודיות בניתוח מעגלים
2	חיבור נגדים בטור ובמקביל
2	סיכום כללי
4	שאלות
12	תשובות סופיות
13	מחלק מתח ומחלק זרם
13	סיכום כללי
14	שאלות
16	תשובות סופיות
17	המרת כוכב משולש
17	סיכום כללי
18	שאלות
19	תשובות סופיות
20	גשר וינסטון
20	סיכום כללי
20	שאלות
21	תשובות סופיות

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק X

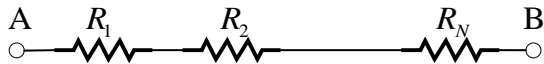
שיטות יסודיות בניתוח מעגלים

חיבור נגדים בטור ובמקביל:

סיכום כללי:

חיבור נגדים בטור:

עבור N נגדים המחוברים בטור זה לזה, ההתנגדות והמוליכות השקולה הן:

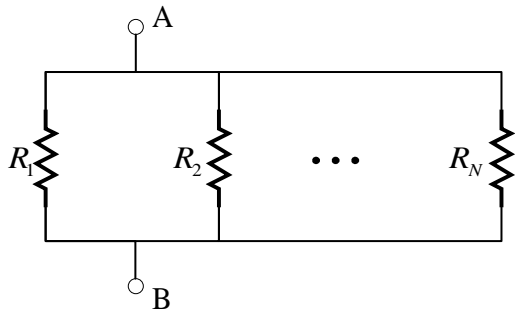


$$R_T = \sum_{k=1}^N R_k = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

$$\frac{1}{G_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{G_k} = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} + \dots + \frac{1}{G_N}$$

חיבור נגדים במקביל:

עבור N נגדים המחוברים במקביל זה לזה, ההתנגדות והמוליכות השקולה הן:



$$\frac{1}{R_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

$$G_T = \sum_{k=1}^N G_k = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

הערות:

- (1) בחיבור טורי ההתנגדות השקולה תמיד תהיה גדולה יותר מהנגד בעל הערך הגדול ביותר.
- (2) בחיבור מקבילי ההתנגדות השקולה תמיד תהיה קטנה יותר מערך הנגד הקטן ביותר.

מקרים פרטיים שכיחים:

התנגדות שקולה של שני נגדים המחוברים במקביל תחושב ע"י: $R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

התנגדות שקולה של חיבור N נגדים זהים R במקביל היא: $R_T = \frac{R}{N}$

חוקי קירכהוף:

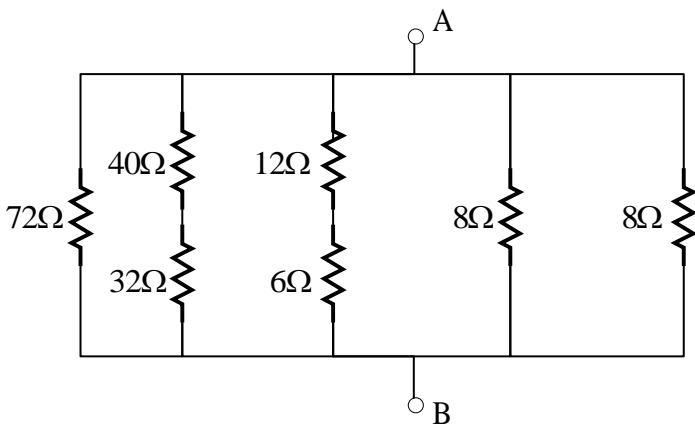
(1) חוק הזרמים של קירכהוף (KCL - Kirchhoff Current Law):

סכום הזרמים הנכנסים וצומת ויוצאים ממנה שווה לאפס: $\sum_{n=1}^N i_n = 0 \Rightarrow \sum i_{in} = \sum i_{out}$

(2) חוק המתחים של קירכהוף (KVL - Kirchhoff Voltage Law):

סכום המתחים על פני לולאה סגורה שווה לאפס: $\sum_{n=1}^N v_n = 0$

❖ דוגמא לחיבור נגדים:



מצא את ההתנגדות והמוליכות השקולה המשתקפת בין הנקודות A ו-B:

❖ דוגמא מסכמת לחיבור נגדים במעגל:

לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$$U = 24V, R_1 = 1k\Omega, R_2 = 2.5k\Omega$$

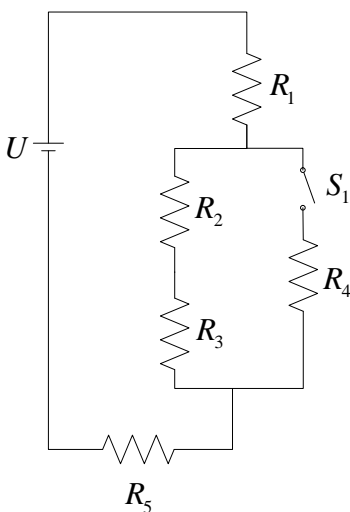
$$R_3 = 3.5k\Omega, R_4 = 12k\Omega, R_5 = 3k\Omega$$

סוגרים את המפסק S1.

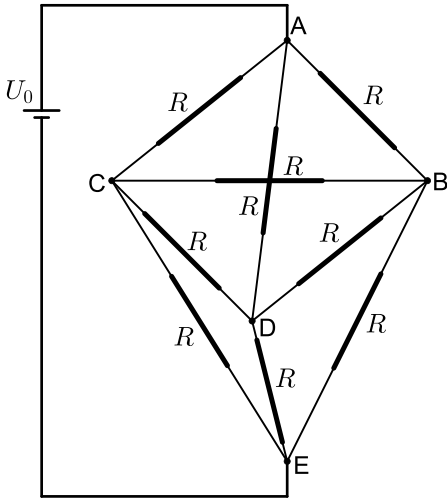
- א. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל.
- ב. חשב את הזרם הכללי במעגל.

כעת פותחים את המפסק S1.

- ג. מצא פי כמה גדלה ההתנגדות השקולה ביחס למעגל עם מפסק סגור.



❖ דוגמא למציאת התנגדות שקולה משיקולי סימטריה:



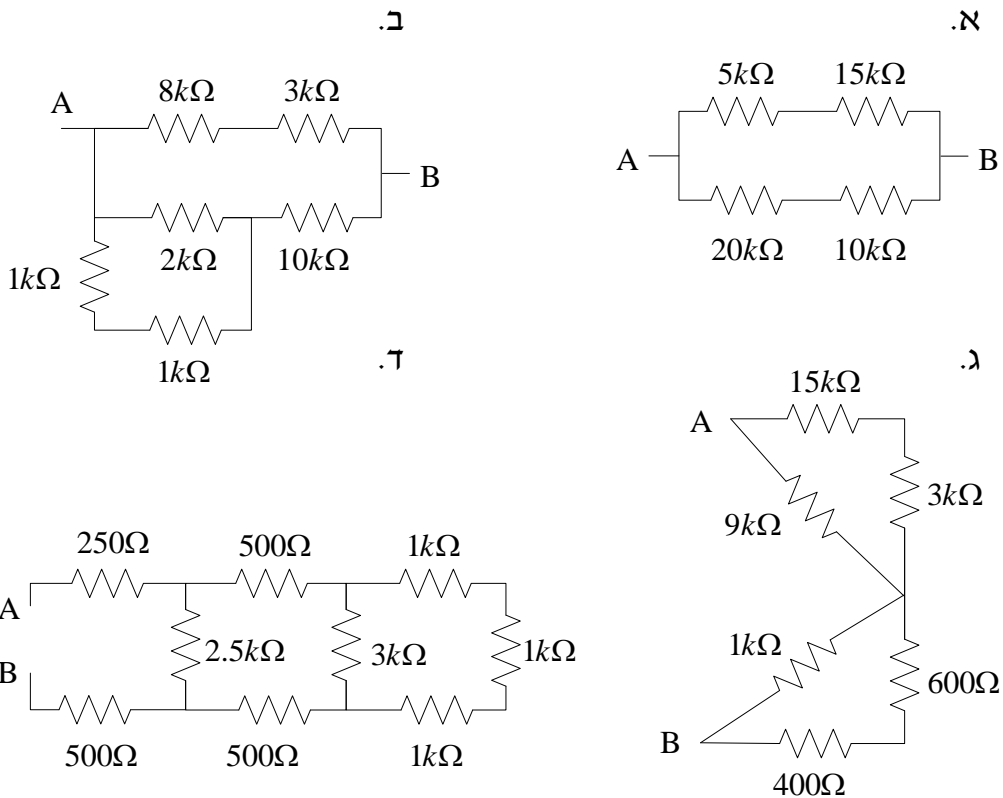
באיור שלפניך ישנו מעגל המורכב מנגדים זהים בגודל R כל אחד, על פני מקצועותיו של אוקטהדרון ABCDE בעל בסיס משולש BCD. מזינים את רשת הנגדים באמצעות מקור מתח U_0 .

- א. בטא בעזרת R את ההתנגדות השקולה של רשת הנגדים.
- ב. כתוב ביטוי לזרם הכללי במעגל.

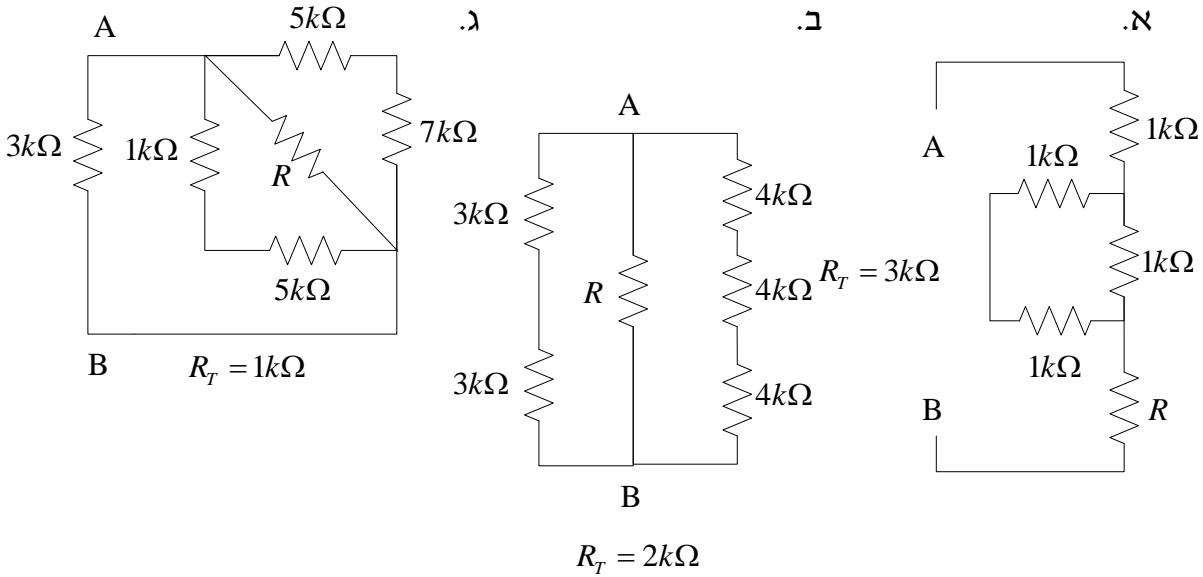
שאלות:

שאלות יסודיות עם מציאת התנגדות שקולה:

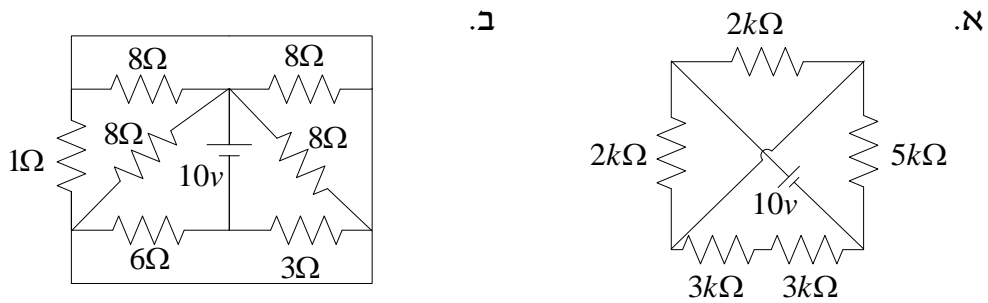
1) חשב את ערכי ההתנגדויות השקולות בין ההדקים A ו-B במקרים הבאים:



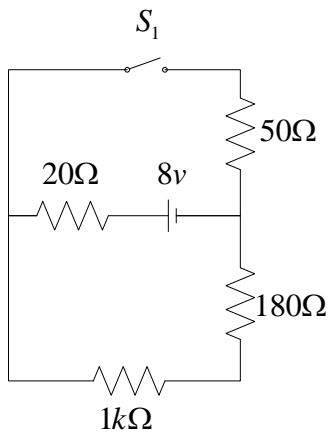
2) ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B במעגלים הבאים נתונה. מצא את R.



3) סרטט מעגל תמורה לכל אחד מהמעגלים הבאים:



שאלות עם ניתוח מעגלים:



4) לפניך המעגל הבא:

המפסק S_1 פתוח (כלומר: '0').

נתוני הרכיבים רשומים בסרטוט.

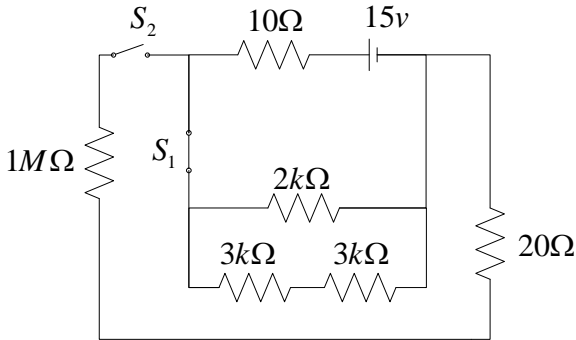
א. מהי ההתנגדות השקולה של המעגל במצב זה?

ב. מה תהיה ההתנגדות השקולה של המעגל

כאשר המפסק יהיה סגור ($S_1 = 1$)?

ג. מה יהיה הזרם הכללי בכל אחד מהמצבים?

5) לפניך המעגל הבא :



המפסקים S_1 ו- S_2 מקיימים : $S_1 = 1, S_2 = 0$.

א. סרטט מעגל תמורה למצב

הנוכחי של המפסקים.

ב. מה הזרם הכללי במעגל במצב זה?

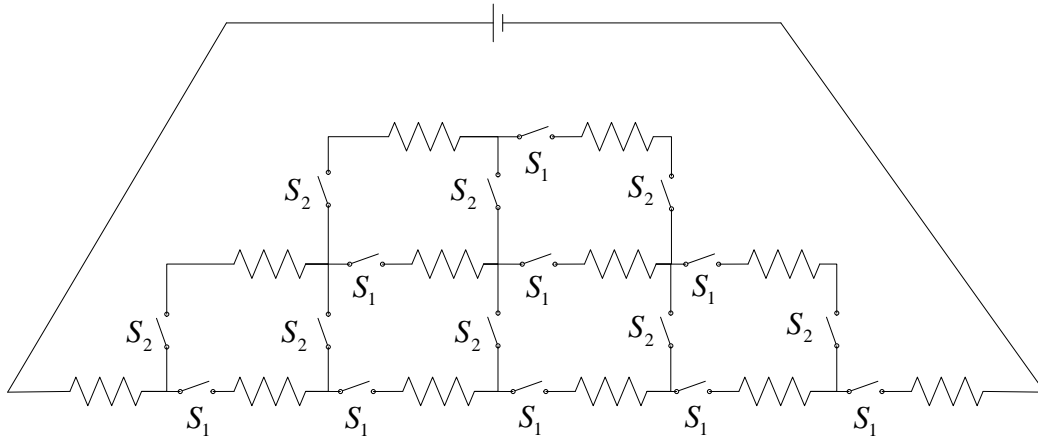
ג. כיצד ישתנה הזרם במעגל

אם כעת : $S_1 = 0, S_2 = 1$?

6) לפניך המעגל הבא :

כל הנגדים זהים וערכם הוא $9k\Omega$, מקור המתח הוא $6V$.

במצב A כל המפסקים המסומנים ב- S_1 פתוחים וכל המפסקים המסומנים ב- S_2 סגורים.



א. מהי ההתנגדות השקולה של המעגל? ומהו הזרם הכללי של המעגל?

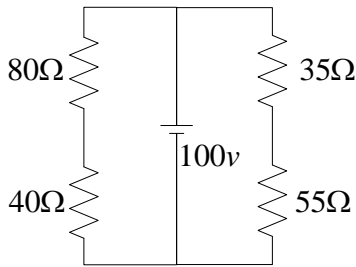
ב. במצב B הופכים את המפסקים, כלומר, כל המפסקים S_1 סגורים וכל

המפסקים S_2 פתוחים. מה כעת ההתנגדות השקולה והזרם הכללי במעגל?

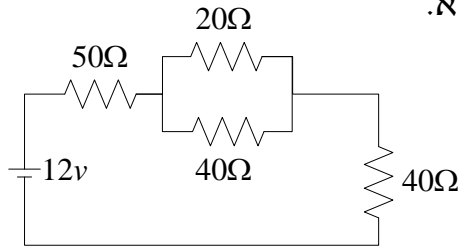
ג. מה היא ההתנגדות השקולה והזרם הכללי במעגל כאשר כל המפסקים

סגורים (כלומר : $S_1 = S_2 = 1$) ?

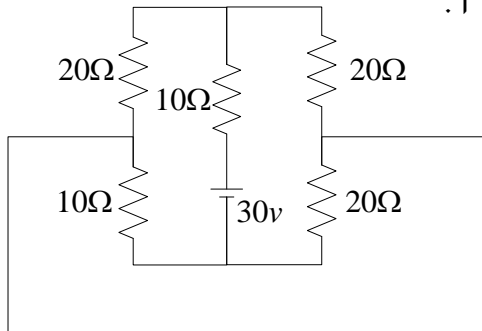
7) חשב את הזרם הכללי והזרמים בכל אחד מהנגדים במעגלים הבאים:
היעזר בחוקי קירכהוף.



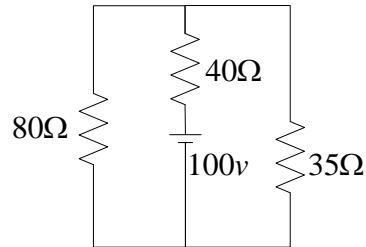
ב.



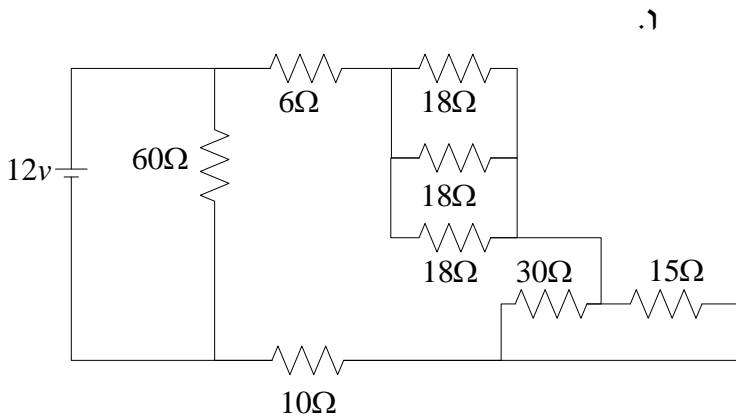
ג.



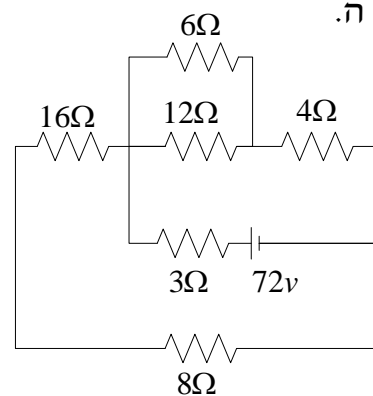
ד.



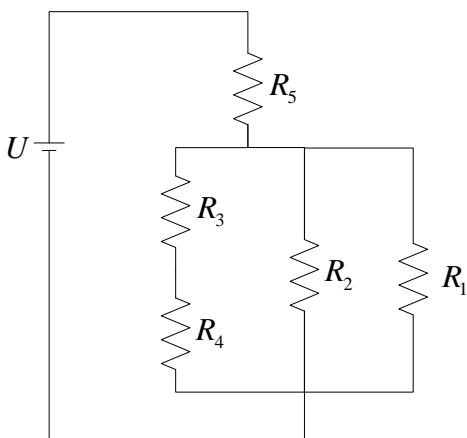
ה.



ו.



ז.



8) לפניך המעגל הבא:

נתון: $U = 12V$, $R_1 = 30k\Omega$, $R_2 = 30k\Omega$, $R_3 = 20k\Omega$

$R_4 = 10k\Omega$, $R_5 = 5k\Omega$

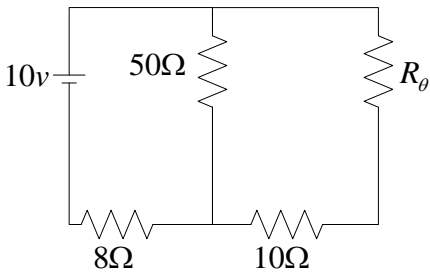
א. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל.

ב. חשב את הזרם הכללי של המעגל.

ג. חשב את הזרם על פני הנגד R_1 .

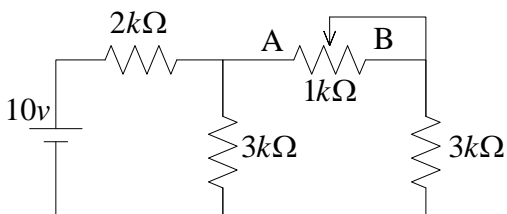
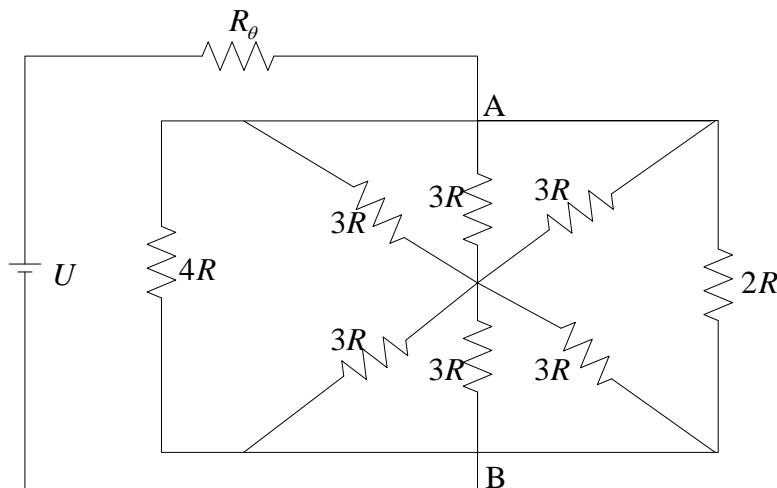
ד. חשב את ההספק של הנגד R_1 .

ה. מהי נצילות המעגל עבור עומס שהוא R_1 ?

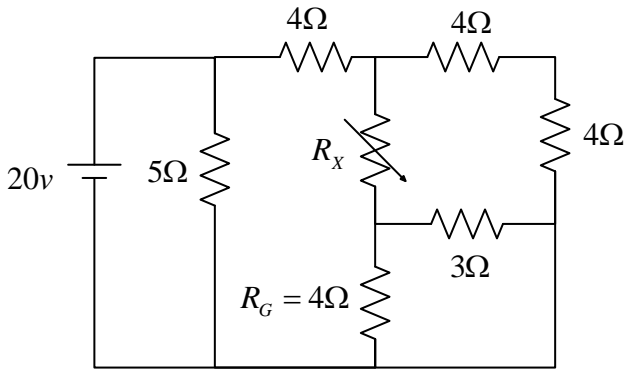


- 9) במעגל הבא הנגד R_{θ} תלוי בטמפרטורה. ידוע כי בטמפרטורת החדר ערכו הוא 20Ω וכי מקדם הטמפרטורה שלו הוא $0.005^{\circ}\text{C}^{-1}$. הנח כי ערכי שאר הנגדים קבועים בטמפרטורה.
- א. מהי ההתנגדות השקולה בטמפרטורה של 220°C ?
 ב. מצא את הטמפרטורה עבורה ההתנגדות השקולה של המעגל תהיה 34.19Ω .

- 10) במעגל שלפניך ערכי הנגדים מבוטאים באמצעות R . הנגד R_{θ} תלוי בטמפרטורה. ידוע כי בטמפרטורת החדר ערכו שווה לערך ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B וכי בטמפרטורה של 82.5°C התנגדותו היא R .
- א. מצא את מקדם הטמפרטורה של הנגד R_{θ} .
 ב. מצא באיזו טמפרטורה ההתנגדות השקולה של המעגל היא $2R$.

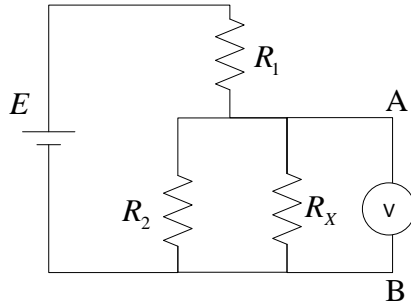


- 11) במעגל הנתון הפוטנציומטר הינו בעל התנגדות של $1\text{k}\Omega$. חשב את ההספק של מקור המתח כאשר הזחלן נמצא בנקודות הבאות:
- א. במרכז הפוטנציומטר.
 ב. בנקודה A.
 ג. בנקודה B.

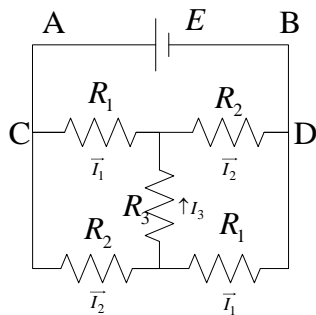


12) לפינך המעגל הבא. חשב לאיזה ערך יש לכוון את הנגד R_X על מנת שיתפתח הספק של $1.125W$ על הנגד R_G .

13) במעגל המתואר באיור הסמוך נתון: כא"מ המקור $30V$ (התנגדות פנימית של המקור זניחה). $R_1 = 60\Omega$, $R_2 = 48\Omega$. המתח שמראה הוולטמטר המחובר בין שתי הנקודות A ו-B הוא $5V$ ($U_{AB} = 5V$).



א. חשב את ערך ההתנגדות R_X .
 ב. את הוולטמטר המחובר בין הנקודות A ו-B החליפו באמפרמטר שהתנגדותו הפנימית זניחה. מה תהיה קריאתו?

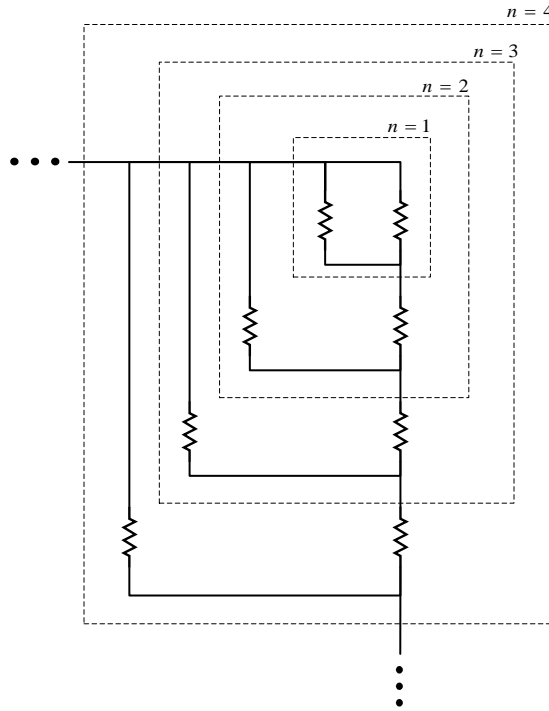


14) במעגל הבא נתון כי הזרם בנגדים R_1 הוא I_1 , הזרם בנגדים R_2 הוא I_2 וכי הזרם בנגד R_3 הוא $I_3 = 2A$. נתון: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 2\Omega$. התנגדות המקור זניחה.
 א. חשב את שני הזרמים I_1 ו- I_2 .
 ב. חשב את הכא"מ של המקור E .
 ג. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל בין הנקודות A ו-B.
 ד. מחברים בין הנקודות C ו-D שבאיור נגד נוסף. האם ההספק שמספק המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה כתוצאה מכך? נמק.

שאלות עם מציאת התנגדות שקולה משיקולי סימטריה:

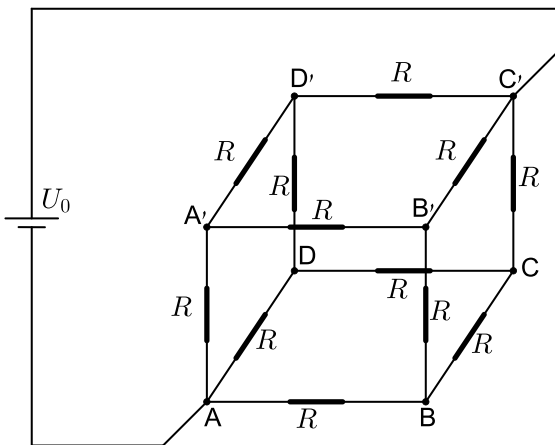
15) נתונה רשת נגדים אינסופית המתוארת באיור הבא. ערכי כל הנגדים זהים ושווים ל- R . הוכח כי עבור $n \rightarrow \infty$ ההתנגדות השקולה (המשוקפת מבעד שני ההדקים האינסופיים

שבאיור) שווה ל- $(\Phi - 1)R$ כאשר: $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (חיתוך הזהב).



הערה:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \Phi \quad \text{מקיימת} \quad \begin{cases} a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \\ a_1 = a_2 = 1 \end{cases} \quad \text{סדרת פיבונוצי}$$



16) מחברים סוללה בעלת מתח של $U_0 = 18V$

והתנגדות פנימית זניחה לרשת נגדים הבנויה

בצורת קובייה ABCD'A'B'C'D'

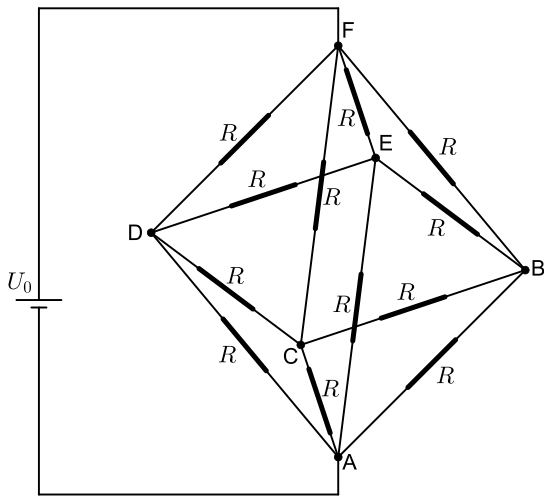
שמכילה 12 נגדים זהים בעלי $R = 3\Omega$

(כל אחד) כמופיע באיור הבא.

א. מצא את ההתנגדות השקולה

של רשת הנגדים.

ב. חשב את הזרם הכללי של המעגל.



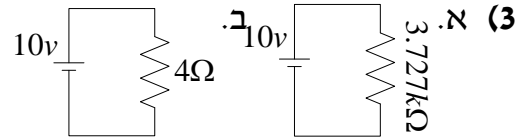
17) באיור שלפניך נתון מעגל המורכב מנגדים זהים בגודל R כל אחד, על פני מקצועותיו של אוקטהדרון ABCDEF בעל בסיס מרובע BCDE. מזינים את רשת הנגדים באמצעות מקור מתח U_0 .

- א. מה הזרם העובר דרך הנגדים שבמקצועות: BC, CD, DE ו-BE?
- ב. בטא בעזרת R את ההתנגדות השקולה של רשת הנגדים.
- ג. כתוב ביטוי לזרם הכללי במעגל.

תשובות סופיות:

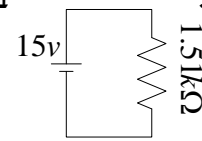
(1) א. $12k\Omega$ ב. $5.5k\Omega$ ג. $6.5k\Omega$ ד. $2k\Omega$

(2) א. $1.33k\Omega$ ב. $4k\Omega$ ג. $2.4k\Omega$



(4) א. $1.2k\Omega$ ב. 67.96Ω ג. $I(S_1 = 0) = 6.66mA$, $I(S_1 = 1) = 0.11A$

(5) א. $9.93mA$ ג. $14.99\mu A \sim 15\mu A$



(6) א. $R_T = \infty$, $I = 0A$ ב. $R_T = 54k\Omega$, $I = 0.11mA$ ג. $R_T = 33k\Omega$, $I = 0.182mA$

(7) א. $I_1 = I_4 = 116mA$, $I_2 = 76mA$, $I_3 = 38mA$

ב. $I_1 = I_2 = 0.83A$, $I_3 = I_4 = 1.11A$ ג. $I_1 = 0.472A$, $I_2 = 1.553A$, $I_3 = 1.081A$

ד. $I_1 = 0.562A$, $I_2 = 1.125A$, $I_3 = 0.562A$, $I_4 = 0.749A$, $I_5 = 0.375A$

ה. $I_1 = I_5 = 2A$, $I_2 = 2A$, $I_3 = 4A$, $I_4 = 8A$, $I_6 = 6A$

ו. $I_1 = 200mA$, $I_2 = I_8 = 375mA$, $I_3 = I_4 = I_5 = 125mA$, $I_6 = 250mA$, $I_7 = 125mA$

(8) א. $15k\Omega$ ב. $0.8mA$ ג. $0.266mA$ ד. $2.13mW$ ה. $\frac{2}{9} \rightarrow 22.22\%$

(9) א. 33Ω ב. $270^\circ C$

(10) א. $0.004^\circ C^{-1}$ ב. $145^\circ C$

(11) א. $27.662mW$ ב. $28.571mW$ ג. $26.925mW$

(12) 6.45Ω

(13) א. $R_x = 16\Omega$ ב. $0.5A$

(14) א. $I_1 = 3A$, $I_2 = 5A$ ב. $44V$ ג. $R_T = 5.5\Omega$

ד. חיבור נגד במקביל מגדיל את צריכת הזרם הכללית ולכן הספק המקור יגדל.

(15) שאלת הוכחה.

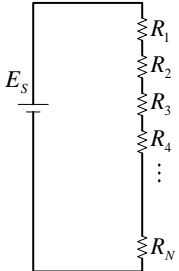
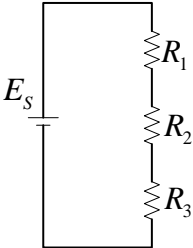
(16) א. 2.5Ω ב. $7.2A$

(17) א. $I = 0A$ ב. $\frac{1}{2}R$ ג. $I_T = \frac{2U_0}{R}$

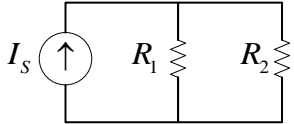
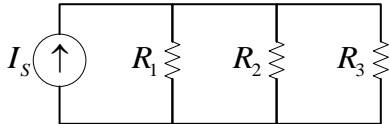
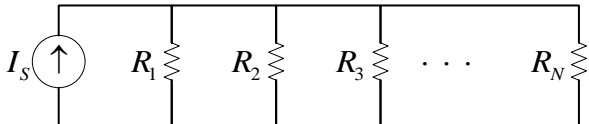
מחלק מתח ומחלק זרם:

סיכום כללי:

עיקרון מחלק מתח:

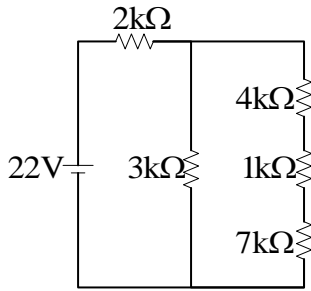
מקרה כללי	מקרה יסודי – 3 נגדים בטור
 $1 \leq k \leq N: U_{R_k} = \frac{R_k}{\sum_{m=1}^N R_m} E_S$	 $U_{R_1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} E_S$ $U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} E_S$ $U_{R_3} = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} E_S$

עיקרון מחלק זרם:

מעגל	נוסחאות
	$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_S, \quad I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I_S$
	$I_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I_S$ $I_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I_S$ $I_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} I_S$
	$1 \leq k \leq N: I_k = \frac{R_T}{R_k} I_S = \frac{G_k}{G_T} I_S$

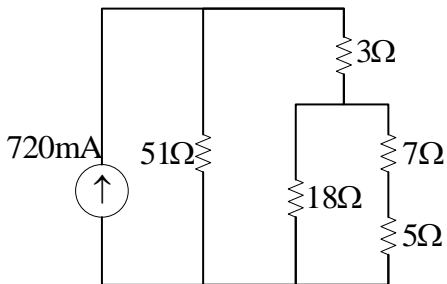
❖ **דוגמא לשימוש במחלק מתח במעגל:**

מצא את מפלי המתחים על כל הנגדים שבמעגל הבא.



❖ **דוגמא לשימוש במחלק זרם במעגל:**

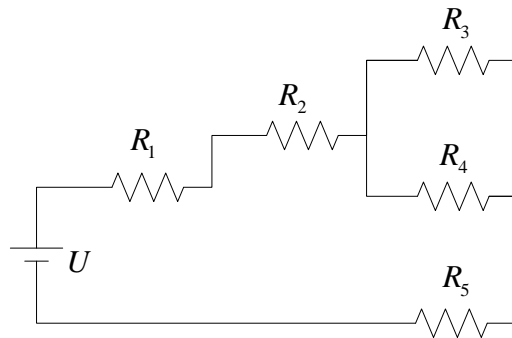
חשב את הזרמים בכל הנגדים שבמעגל הבא.



שאלות:

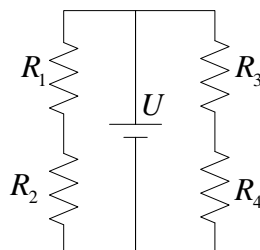
(1) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא. העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם.

נתון: $R_1 = 50\Omega$, $R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, $R_4 = 40\Omega$, $R_5 = 30\Omega$, $U = 30V$.



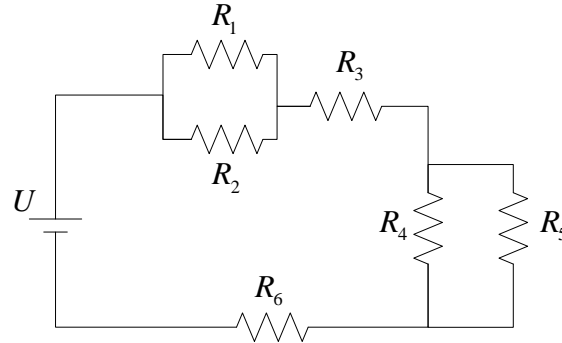
(2) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא. העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם.

נתון: $R_1 = 80\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $R_3 = 35\Omega$, $R_4 = 55\Omega$, $U = 100V$.



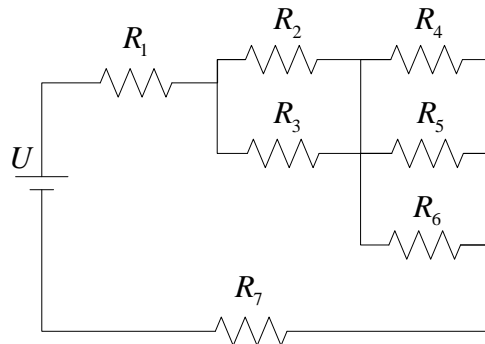
3) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא.
העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם. נתון:

$$R_1 = 4k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_3 = 3k\Omega, R_4 = 5k\Omega, R_5 = 5k\Omega, R_6 = 2.66k\Omega, U = 12V$$

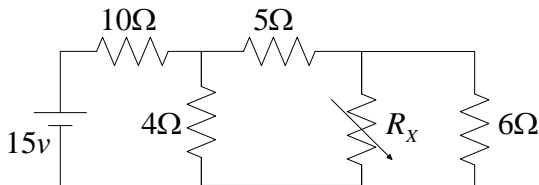


4) חשב את הזרמים והמתחים העוברים במעגל הבא.
העזר בחוק מחלק המתח ומחלק הזרם. נתון:

$$R_1 = R_2 = R_3 = 4\Omega, R_4 = 6\Omega, R_5 = R_7 = 3\Omega, R_6 = 2\Omega, U = 20V$$

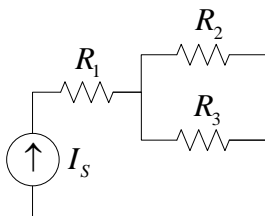


5) נתון המעגל הבא.



חשב את ערכו של R_x כך
שעוצמת הזרם דרך הנגד 4Ω
תהיה: $0.76A$.

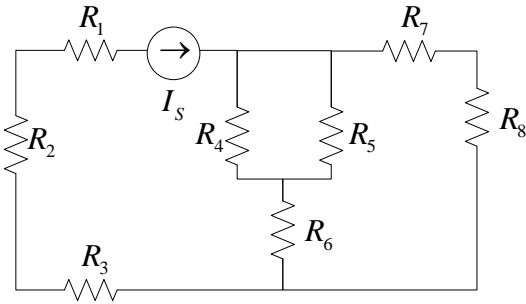
6) לפניך המעגל הבא:



מקור הזרם הינו אידיאלי (התנגדותו אינסופית).

$$I_s = 1.75A, R_1 = 18\Omega, R_2 = 25\Omega, R_3 = 35\Omega$$

חשב את הזרמים שעל פני כל נגד במעגל.
היעזר בחוק מחלק הזרם.



7) לפניך המעגל הבא :

נתון כי מקור הזרם הוא אידיאלי.

נתון : $I_s = 10\text{mA}$, $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 2.5\text{k}\Omega$

$R_3 = 4.5\text{k}\Omega$, $R_4 = 10\text{k}\Omega$, $R_5 = 10\text{k}\Omega$

$R_6 = 5\text{k}\Omega$, $R_7 = 5.75\text{k}\Omega$, $R_8 = 4.25\text{k}\Omega$

א. חשב את כל מפלי המתח במעגל

ואת המתח על פני מקור הזרם.

ב. מהו ההספק שמספק מקור הזרם?

תשובות סופיות:

1) $I_1 = I_2 = I_5 = 0.243\text{A}$, $I_3 = 182\text{mA}$, $I_4 = 81\text{mA}$

$v_1 = 12.16\text{V}$, $v_2 = v_5 = 7.29\text{V}$, $v_3 = v_4 = 3.24\text{V}$

2) $I_1 = I_2 = 0.883\text{A}$, $I_3 = I_4 = 1.11\text{A}$

$v_1 = 66.66\text{V}$, $v_2 = 33.33\text{V}$, $v_3 = 38.88\text{V}$, $v_4 = 61.11\text{V}$

3) $I_1 = 421\mu\text{A}$, $I_2 = 842\mu\text{A}$, $I_3 = I_6 = 1.263\text{mA}$, $I_4 = I_5 = 631\mu\text{A}$

$v_1 = v_2 = 1.684\text{V}$, $v_3 = 3.789\text{V}$, $v_4 = v_5 = 3.155\text{V}$, $v_6 = 3.368\text{V}$

4) $I_1 = I_7 = 2\text{A}$, $I_2 = I_3 = I_6 = 1\text{A}$, $I_4 = 0.333\text{A}$, $I_5 = 0.6667\text{A}$

$v_1 = 8\text{V}$, $v_2 = v_3 = 4\text{V}$, $v_4 = v_5 = v_6 = 2\text{V}$, $v_7 = 6\text{V}$

5) 2.93Ω

6) $I_1 = 1.75\text{A}$, $I_2 = 1.02\text{A}$, $I_3 = 0.73\text{A}$

7) א. $U_1 = 20\text{V}$, $U_2 = U_4 = U_5 = U_6 = 25\text{V}$, $U_3 = 45\text{V}$

ב. 1.4W , $U_7 = 28.75\text{V}$, $U_8 = 21.25\text{V}$, $U_I = 140\text{V}$

המרת כוכב משולש:

סיכום כללי:

המרת כוכב-משולש:

שתי תצורות החיבור הבאות בין הצמתים 1, 2 ו-3 הן שקולות:

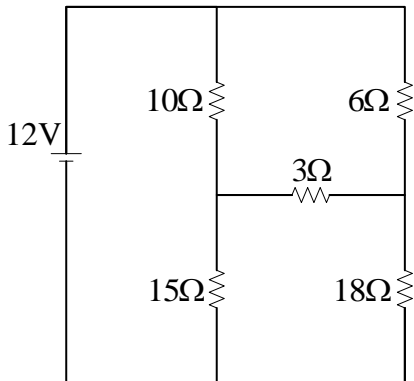
נוסחאות המרה	תצורת כוכב	תצורת משולש	נוסחאות המרה
$R_1 = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ $R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$ $R_3 = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$			$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3}$ $R_{13} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$ $R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1}$

הערה:

יש הקוראים להמרה זו בשם "התמרת פאי-טי" על סמך צורת T של הכוכב ו-Π של המשולש.

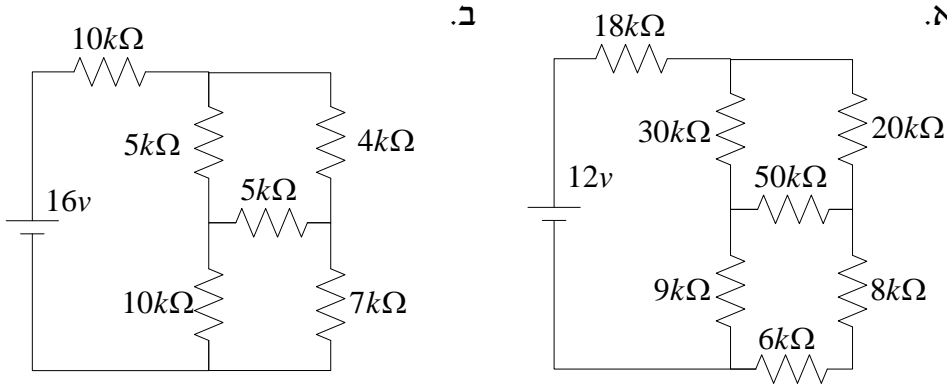
❖ דוגמא לשימוש בהמרת כוכב-משולש במעגל:

חשב את ההתנגדות השקולה במעגל הבא:

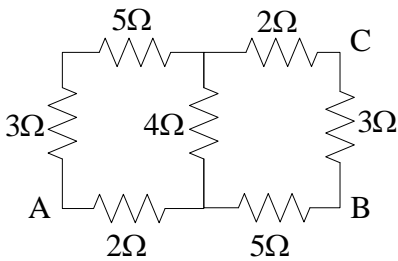


שאלות:

1) חשב את ההתנגדות הכללית והזרם הכללי במעגלים הבאים:

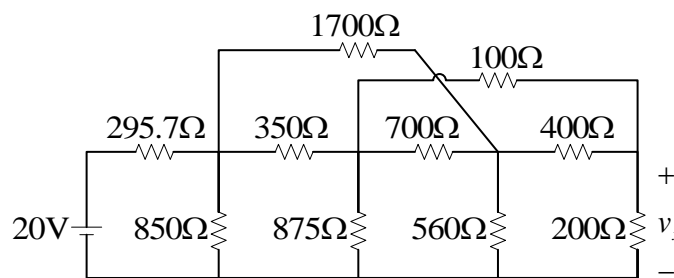


2) לפניך קונפיגורציה הנגדים הבאה:



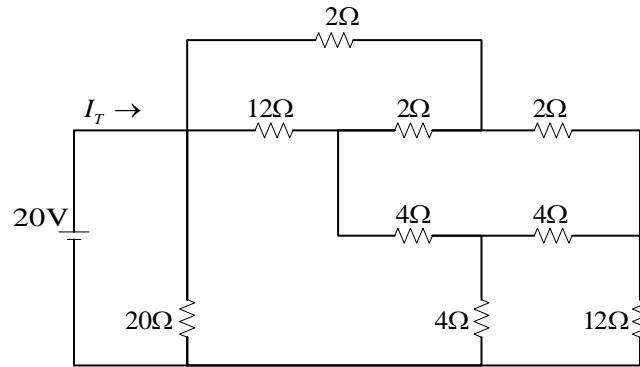
- א. חשב את ההתנגדות השקולה בין הנקודות A ו-B.
- ב. חשב את ההתנגדות השקולה בין הנקודות B ו-C.
- ג. חיברו מקור מתח של 48V והתנגדות פנימית של 2Ω. חשב את ההספק המסופק ע"י מקור המתח למעגל בכל אחד מהמצבים הבאים:
 - i. מחברים את מקור המתח בין הנקודות A ו-B.
 - ii. מחברים את מקור המתח בין הנקודות B ו-C.

3) נתון המעגל שלפניך ובו ערכי כל הרכיבים הרשומים בתרשים.



- א. מצא את מפל המתח על הנגד 200Ω (המסומן ב- v_x).
- ב. חשב את ההספק הכולל שבמעגל.

4) מצא את הזרם הכללי I_T במעגל שלפניך. כל ערכי הרכיבים נתונים.



תשובות סופיות:

- א. $I_T = 0.33\text{mA}$, $R_T = 36\text{k}\Omega$ (1)
 ב. $I_T = 0.97\text{mA}$, $R_T = 16.34\text{k}\Omega$
 א. $R_{AB} = 4.3\Omega$ (2)
 ב. $R_{BC} = 2.3\Omega$
 א. $v_x = 933.33\text{mV}$ (3)
 ב. $P = 676.36\text{mW}$
 א. $I_T = 4.04\text{A}$ (4)

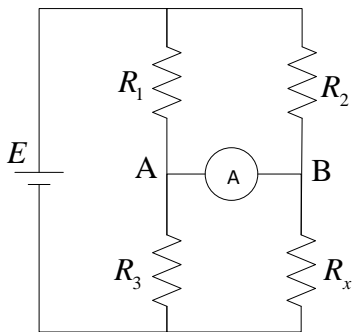
גשר ויטסטון:

סיכום כללי:

תצורת גשר ויטסטון (Wheatstone Bridge Circuit):

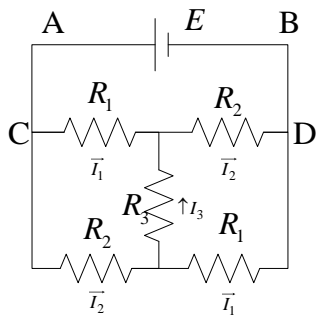
מעגל הנועד למדוד התנגדות לא ידועה (הנובעת למשל משינוי טמפרטורה) ע"י איזון שני ענפים התנגדותיים כאשר האחד ידוע ובשני נמצא הרכיב שהתנגדותו לא ידועה.

להלן תצורת המעגל:



אם: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$ אז: $V_{AB} = 0V$ (או: $I_{AB} = 0A$) ולהיפך.

שאלות:



1) במעגל הבא נתון כי הזרם בנגדים R_1 הוא I_1 ,

הזרם בנגדים R_2 הוא I_2 וכי הזרם בנגד R_3

הוא $I_3 = 2A$. נתון: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 2\Omega$.

התנגדות המקור זניחה.

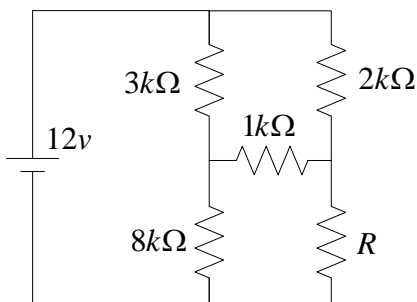
א. חשב את שני הזרמים I_1 ו- I_2 .

ב. חשב את הכא"מ של המקור E .

ג. חשב את ההתנגדות השקולה של המעגל בין הנקודות A ו-B.

ד. מחברים בין הנקודות C ו-D שבאיור נגד נוסף.

האם ההספק שמספק המקור יגדל, יקטן או לא ישתנה כתוצאה מכך? נמק.



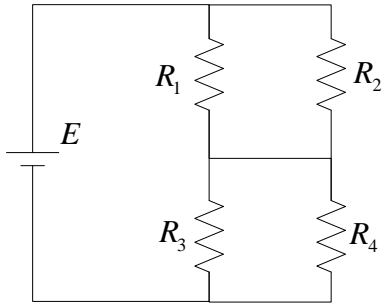
2) נתון המעגל הבא:

א. חשב את ערכו של R לאיזון הגשר.

ב. חשב את נצילות המעגל כאשר הגשר

מאוזן עבור עומס R_L השווה לסכום

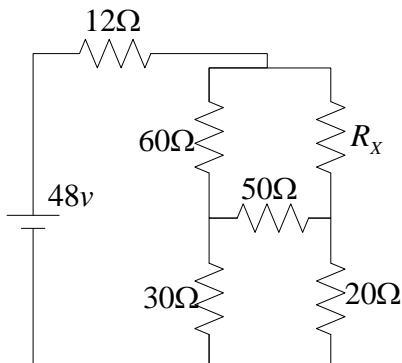
הנגדים R והנגד שערכו $2k\Omega$.



3) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 25V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 12\Omega$.

- א. מה צריך להיות ערכו של R_4 לאיזון הגשר?
- ב. חשב את הספקו של R_4 כאשר הגשר מאוזן.
- ג. מהי צריכת ההספק הכללית של המעגל?



4) באיור שלפניך מופיע המעגל הבא.

ערך מקור המתח הוא 48V והתנגדותו הפנימית זניחה. חשב :

- א. מה צריך להיות R_x כדי שלא יזרום זרם בנגד של 50Ω ?
- ב. מה ההתנגדות השקולה שרואה המקור בתנאי של סעיף א'?
- ג. חשב את ההספק שמתבזבז על הנגד של 30Ω .

תשובות סופיות :

- 1) א. $I_1 = 3A$, $I_2 = 5A$. ב. 44v . ג. $R_T = 5.5\Omega$. ד. חיבור נגד במקביל מגדיל את צריכת הזרם הכללית ולכן הספק המקור יגדל.
- 2) א. $R = 5.333k\Omega$. ב. $\eta = 60\%$.
- 3) א. 9.6Ω . ב. 19.368W . ג. 63.75W .
- 4) א. 40Ω . ב. $R_T = 48\Omega$. ג. $P_{30\Omega} = 4.8W$.

תוכן העניינים:

2	משפטי הרשת
2	המרת מקורות :
2	סיכום כללי :
3	שאלות :
4	תשובות סופיות :
5	שיטת מתחי הצמתים :
5	סיכום כללי :
7	שאלות :
8	תשובות סופיות :
9	נוסחת מילמן :
9	סיכום כללי :
10	שאלות :
10	תשובות סופיות :
11	שיטת זרמי חוגים :
11	סיכום כללי :
13	שאלות :
15	תשובות סופיות :
16	מאזן הספקים :
16	סיכום כללי :
17	שיטת הסופרפוזיציה :
17	סיכום כללי :
19	שאלות :
19	תשובות סופיות :
20	שקולי תבנין ונורטון :
20	סיכום כללי :
21	שאלות :
23	תשובות סופיות :
24	ניתוח מעגלים עם מקורות אנרגיה תלויים :
24	סיכום כללי :
25	שאלות :
31	תשובות סופיות :

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

מבוא להנדסת חשמל

משפטי הרשת

המרת מקורות:

סיכום כללי:

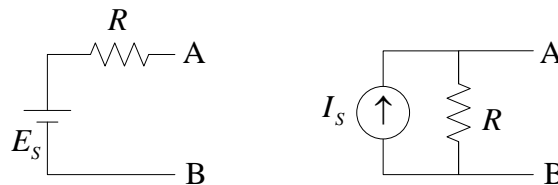
משפטים יסודיים - צורות חיבור של מקורות אנרגיה:

- (1) מקור מתח אידיאלי המחובר במקביל גובר על כל מקור אנרגיה אחר.
- (2) מקור זרם אידיאלי שמחובר בטור גובר על כל מקור אנרגיה אחר.
- (3) ניתן לחבר מקורות מתח אידיאליים המחוברים בטור זה לזה תוך שמירה על כיווני המתחים.
- (4) ניתן לחבר מקורות זרם אידיאליים המחוברים במקביל זה לזה תוך שמירה על כיווני הזרמים.
- (5) כאשר מקורות זרם אידיאליים מחוברים בטור או מקורות מתח אידיאליים מחוברים במקביל לא ניתן לדעת מהו הזרם השקול והמתח השקול בהתאמה.
- (6) מותר להחליף בין מקורות מתח והתנגדויות המחוברות בטור זו לזו. (נגד בטור למקורות מתח לא משפיע על עקרון הצמצום).
מותר להחליף בין מקורות זרם והתנגדויות המחוברים במקביל זה לזה. (נגד במקביל למקורות זרם לא משפיע על עקרון הצמצום).

משפט ההמרה המרכזי:

ניתן להמיר מקור מתח אידיאלי E המחובר בטור להתנגדות R למקור זרם I

המחובר במקביל לאותה התנגדות R כך ש- $I = \frac{E}{R}$, ולהיפך.

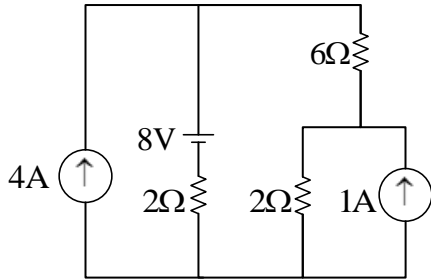


הערה:

ההמרה בין מקורות האנרגיה מתייחסת למקורות מעשיים, כלומר מקור מתח המחובר להתנגדות בטור אשר מהווים מקור מתח מעשי, ומקור זרם המחובר להתנגדות במקביל המהווים מקור זרם מעשי. לא ניתן להמיר מקורות אנרגיה אידיאליים מאחד לשני.

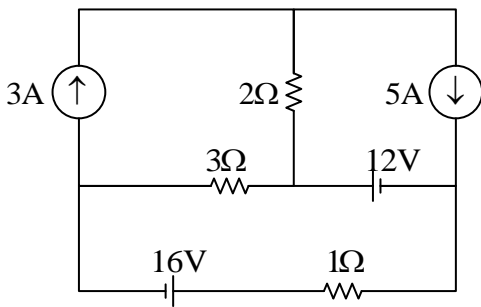
משפט ואשי (גרסת הזרמים):

ניתן לפרק מקור זרם למספר מקורות זרם שיהיו במקביל לכל הרכיבים שמחוברים במסלול אחד שמקביל למקור הזרם, כאשר מגמת מקורות הזרם תהיה מנוגדת למקור הזרם המקורי.



❖ דוגמא לשימוש בכללי המרת מקורות:

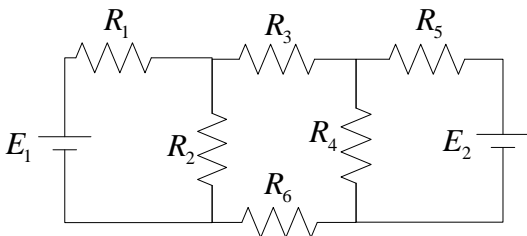
מצא את מפל המתח על הנגד של 6Ω .



❖ דוגמא לשימוש במשפט ואשי:

מצא את מפל המתח על הנגד 1Ω .

שאלות:



1) לפניך המעגל הבא:

נתון: $E_1 = 6V$, $E_2 = 40V$, $R_1 = 4\Omega$

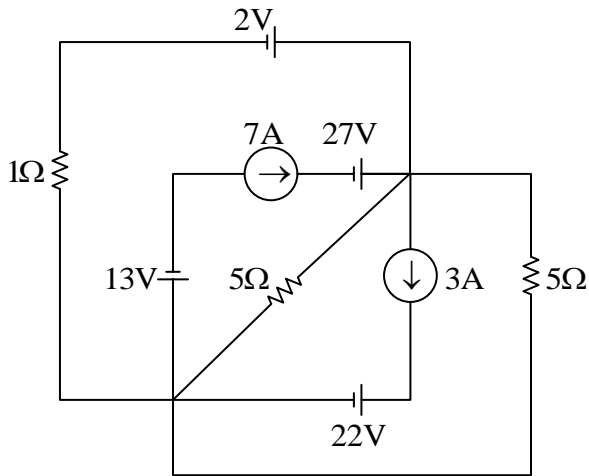
$R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 20\Omega$

$R_5 = 5\Omega$, $R_6 = 10\Omega$

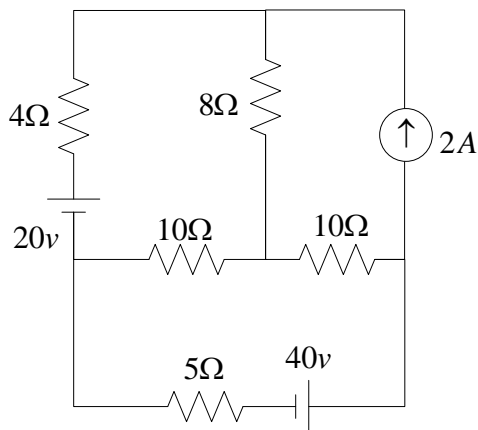
מצא את ההספק המתפתח על המקור E_1 .

היעזר בהמרת מקורות.

(2) מצא את הזרם העובר דרך הנגד 5Ω החיצוני.



(3) מצא את ההספק הנופל על פני הנגד 4Ω :



תשובות סופיות:

- .4.95W (1)
- .0.875A (2)
- .4.9358W (3)

שיטת מתחי הצמתים:

סיכום כללי:

המטרה:

למצוא את ערכי הפוטנציאל החשמלי בכל הצמתים במעגל.

הדרך:

- 1) להגדיר את אחד הצמתים במעגל כאדמה (במידה ולא הוגדר בתחילה).
- 2) לסמן את כל הצמתים במעגל (נהוג לסמן ב- A, B, ... ואת ערכי הפוטנציאל: v_A, v_B, \dots).
- 3) להגדיר זרמים הנכנסים/יוצאים מכל ענף במעגל.
- 4) לחבר משוואות על בסיס חוק הזרמים של קירכהוף (KCL) לכל צומת.
- 5) פתרון המשוואות ייתן את המתחים שבין כל צומת יחסית לאדמה.

כתיבה מטריציאית של משוואות המעגל בשיטת מתחי הצמתים:

במעגל שבו N צמתים ניתן לחבר $N-1$ משוואות בלתי תלויות על בסיס חוק הזרמים של קירכהוף בצורה הבאה:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} & \cdots & -G_{1(N-1)} \\ -G_{21} & G_{22} & & & \vdots \\ -G_{31} & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ -G_{(N-1)1} & -G_{(N-1)2} & \cdots & \cdots & G_{(N-1)(N-1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{SC1} \\ \vdots \\ I_{SC(N-1)} \end{pmatrix}$$

כאשר:

G_{ik} - סכום המוליכויות של הענפים הנכנסים לצומת ה- i במשוואה ה- k .

I_{SCi} - זרם הקצר במשוואה ה- i .

v_i - הפוטנציאל החשמלי בצומת ב- i (ביחס לאדמה שהוגדרה בתור אחד הצמתים).

ניתן לכתוב את מערכת המשוואות גם: $G \cdot \underline{v} = \underline{I}_{SC}$ כאשר:

G - היא מטריצת המוליכויות.

\underline{I}_{SC} - הוא ווקטור זרמי הקצר במעגל.

י - הוא וקטור המשתנים (ערכי הפוטנציאלים בכל הצמתים במעגל ביחס לצומת שהוגדר כאדמה).

מקרים פרטיים:

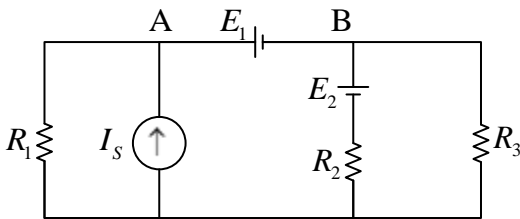
- עבור שתי משוואות עם שני נעלמים המערכת תראה:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} \\ -G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{SC1} \\ I_{SC2} \end{pmatrix}$$

- עבור שלוש משוואות עם שלושה נעלמים המערכת תראה:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & -G_{12} & -G_{13} \\ -G_{21} & G_{22} & -G_{23} \\ -G_{31} & -G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{SC1} \\ I_{SC2} \\ I_{SC3} \end{pmatrix}$$

❖ דוגמא לניתוח מעגל באמצעות שיטת סופר צומת:



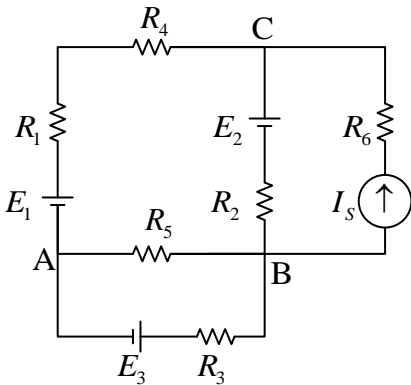
במעגל שלפניך נתון:

$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 6\Omega$$

$$E_1 = 4V, E_2 = 8V, I_s = 1A$$

מצא את ערכי הפוטנציאלים בצמתים A ו-B.

❖ דוגמא לניתוח מעגל עם מקור זרם בטור לנגד:



במעגל שלפניך נתון:

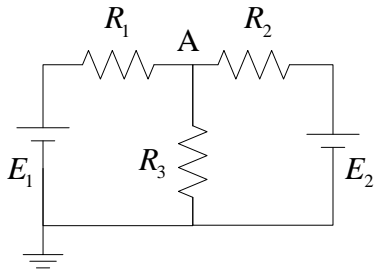
$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 4\Omega, R_4 = 8\Omega$$

$$R_5 = 6\Omega, R_6 = 2\Omega$$

$$E_1 = 5V, E_2 = 15V, E_3 = 10V, I_s = 3A$$

מצא את U_{AC} ואת הזרם $I(R_5)$.

שאלות:

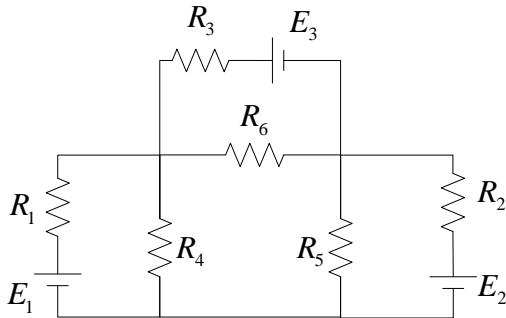


1) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E_1 = 24V$, $E_2 = 10V$, $R_1 = 20\Omega$.

$R_2 = 30\Omega$, $R_3 = 10\Omega$.

- מצא את הפוטנציאל בצומת A.
- מצא את עוצמת הזרם דרך הנגד R_3 .
- מהו סך ההספק המסופק למעגל?



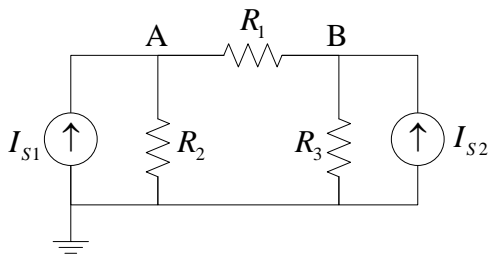
2) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E_1 = 28V$, $E_2 = 15V$, $E_3 = 12V$.

$R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 1.5\Omega$, $R_3 = 2\Omega$.

$R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 25\Omega$, $R_6 = 40\Omega$.

מצא את הזרמים דרך כל נגד.
היעזר במתחי הצמתים.

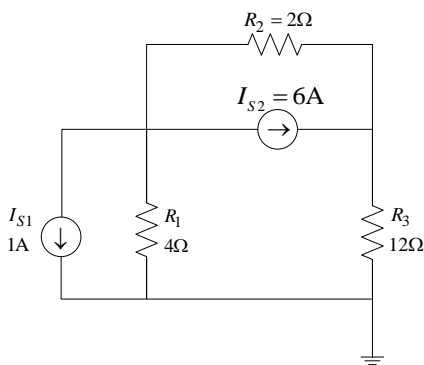


3) במעגל שלפניך נתון :

$I_{S1} = 2mA$, $I_{S2} = 3mA$, $R_1 = 2k\Omega$.

$R_2 = 3k\Omega$, $R_3 = 1k\Omega$.

- חשב את מתחי הצמתים A ו-B.
- מהי נצילות המעגל עבור עומס R_2 ?

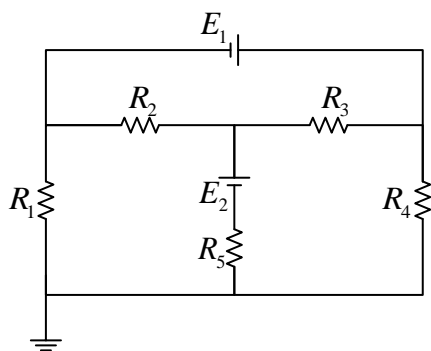


4) לפניך המעגל הבא :

א. מצא את מפלי המתחים

על כל אחד ממקורות הזרם.

ב. קבע לגבי כל מקור האם הוא ספק או צרכן במעגל.



5) לפניך המעגל הבא ובו :

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 4\Omega, R_3 = 2\Omega$$

$$R_4 = 10\Omega, R_5 = 5\Omega, E_1 = 6V, E_2 = 8V$$

א. מצא את הזרם $I(R_3)$ במעגל שלפניך.

ב. כיצד תשתנה תשובתך אם $R_5 = 0\Omega$?

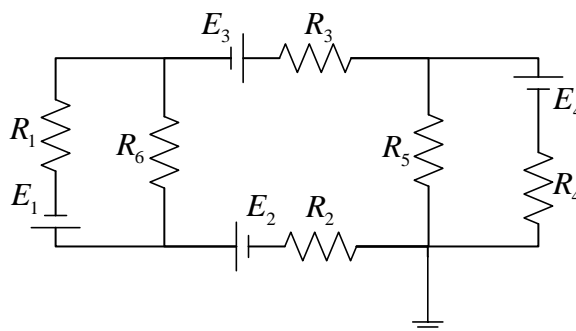
6) לפניך המעגל הבא :

א. כתוב את מטריצת המוליכויות של המעגל.

ב. מצא תנאי על הנגדים עבורם למערכת יהיה פתרון.

ג. כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים א' ו-ב' אם $R_1 = 0\Omega$?

ד. כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים א' ו-ב' אם $R_6 = 0\Omega$?



תשובות סופיות:

1) א. $v_A = 8.363V$ ב. $0.836A$ ג. $P_{in} = \sum P_E = 19.314W$

2) $I_1 = 1.574A, I_2 = 0.326A, I_3 = 0.044A, I_4 = 1.321A, I_5 = 0.579A, I_6 = 0.297A$

3) א. $v_A = 4.5V, v_B = 3.5V$ ב. $\eta = 34.6\%$

4) א. $U_{I_{S1}} = 5.78V, U_{I_{S2}} = 11.11V$ ב. $P_{I_{S1}} = 5.87W > 0, P_{I_{S2}} = 22.22W > 0$

(שניהם ספקים)

5) א. $I(R_3) = 0.582A$ ב. $I(R_3) = 0.3515A$

6) א.
$$G = \begin{pmatrix} G_1 + G_3 + G_6 & -(G_1 + G_6) & -G_3 \\ -(G_1 + G_6) & G_1 + G_2 + G_6 & 0 \\ -G_3 & 0 & G_3 + G_4 + G_5 \end{pmatrix}$$

ב. $G_{11}G_{22}G_{33} \neq G_{12}^2G_{33} + G_{13}^2G_{22}$ ג. נקבל: $G = \begin{pmatrix} G_2 + G_3 & -G_3 \\ -G_3 & G_3 + G_4 + G_5 \end{pmatrix}$

התנאי המתקבל: $G_2G_3 + G_2G_4 + G_2G_5 + G_3G_4 + G_3G_5 \neq 0$ שתמיד נכון.

ד. נקבל: $G = G_C > 0$ ותמיד יש פתרון.

נוסחת מילמן:

סיכום כללי:

הגדרה:

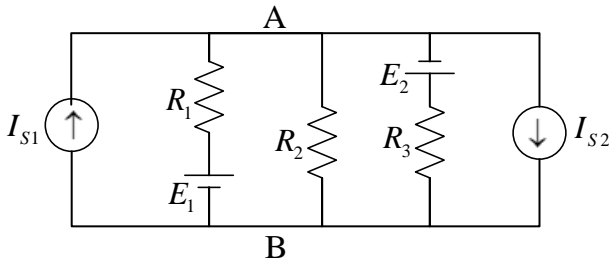
נוסחת מילמן מתייחסת למעגל בעל 2 צמתים A ו-B (נניח $v_A > v_B$) עם N ענפים מקבילים, ונותנת את המתח שבין הצמתים באופן הבא:

$$U_{AB} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3} + \dots + \frac{E_N}{R_N}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}} = \frac{\sum_{k=1}^N \frac{E_k}{R_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}} = \frac{\sum_{k=1}^N I_{SC_k}}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{R_k}} = \frac{\text{סכום זרמי הקצר בכל ענף}}{\text{סכום המוליכויות של כל ענף}}$$

הערות:

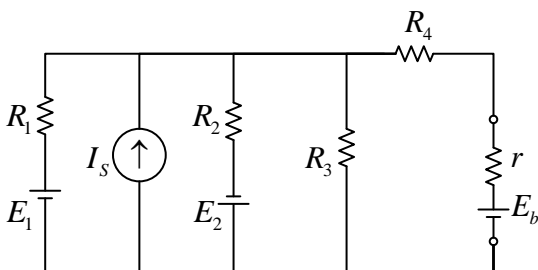
- בענף ללא מקור מתח נציב אפס בביטוי המתאים במונה.
- בענף עם מקור זרם אידיאלי נציב את ערך הזרם במונה ובמכנה נבטל את המוליכות של ענף זה.
- ענף ללא כל אלמנט חשמלי יביא ישירות לקצר ולכן המתח בין הצמתים יהיה אפס. זה הוא מקרה טריוויאלי ולא נעסוק בו.

❖ דוגמה לשימוש יסודי בנוסחת מילמן:



מצא בעזרת נוסחת מילמן את המתח בין הצמתים A ו-B במעגל הבא:

❖ דוגמה לשימוש בנוסחת מילמן עם צומת מנוון:



המעגל שלפניך הינו מעגל הטענה של סוללה בעלת מתח E_b והתנגדות פנימית r (סוללה מעשית).

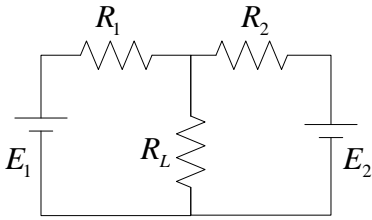
נתונים ערכי הרכיבים הבאים ויש למצוא את המתח על המצבר.

$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 3\Omega, R_3 = 4\Omega, R_4 = 2\Omega$$

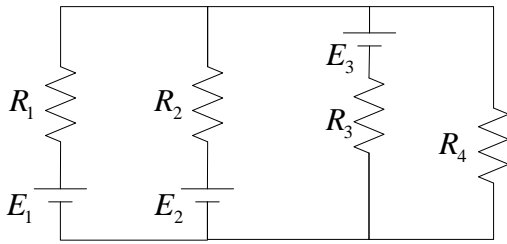
$$E_1 = 20V, E_2 = 15V, I_S = 5A$$

$$E_b = 6V, r = 1\Omega$$

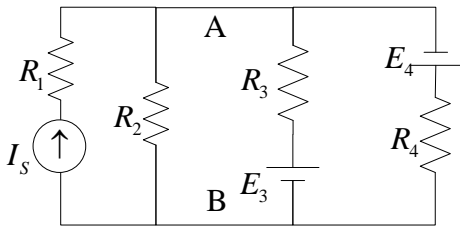
שאלות:



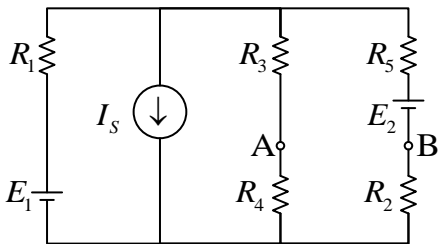
- (1) במעגל שלפניך נתון:
 $E_1 = 12V$, $E_2 = 8V$, $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_L = 24\Omega$
 מצא את המתח והזרם בנגד R_L
 עיני שימוש בנוסחת מילמן.



- (2) לפניך המעגל הבא:
 נתון: $E_1 = 27V$, $E_2 = 23V$, $E_3 = 25.4V$
 $R_1 = 0.6\Omega$, $R_2 = 0.25\Omega$, $R_3 = 0.2\Omega$
 $R_4 = 3\Omega$
 מצא את הזרמים שבכל ענף.
 היעזר בנוסחת מילמן.



- (3) לפניך המעגל הבא:
 נתון: $I_S = 1.5A$, $E_3 = 140V$, $E_4 = 70V$
 $R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 35\Omega$, $R_3 = 70\Omega$, $R_4 = 140\Omega$
 א. מצא את המתח שבין הצמתים A ו-B.
 ב. מצא את הזרם העובר דרך הנגד R_2 .
 ג. מצא את מפל המתח על מקור הזרם.



- (4) נתון המעגל הבא ובו ערכי הרכיבים:
 $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = R_4 = 3\Omega$, $R_5 = 10\Omega$
 $E_1 = 12V$, $E_2 = 5V$, $I_S = 2.5A$
 מצא את מפל המתח U_{AB} בשני דרכים:
 א. חישוב ישיר של מפלי מתחים וסיכומם.
 ב. שימוש בשיטת מתחי הצמתים והגדרת צומת מנוון.

תשובות סופיות:

(1) $I_{R_L} = 0.361A$, $U_{R_L} = 8\frac{2}{3}V$

(2) $I_1 = 5A$, $I_2 = 4A$, $I_3 = 7A$, $I_4 = 8A$

(3) א. 60V ב. 1.714A ג. 105V

(4) א. 1.954V ב. כנייל בדרך אחרת.

שיטת זרמי חוגים:

סיכום כללי:

המטרה:

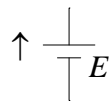
לחשב את ערכי הזרמים הזורמים בכל ענף.

הדרך:

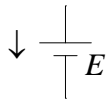
(1) נבחר לולאות במעגל ונסמן בהם זרמים: I_1', I_2', \dots (חשוב לסמן את כל הזרמים לאותו הכיוון).

(2) בכל לולאה, נלך עם כיוון הזרם ונבצע חיבור וחיסור של מפלי מתח:

א. עבור נגדים נחסר מפל מתח $I_k' \cdot R$ כאשר נמצאים בכיוון הזרם וההיפך.
ב. עבור מקורות מתח נבצע:



i. אם כיוון הזרם הוא עם כיוון מקור המתח E , נוסיף אותו למשוואה.



ii. אם כיוון הזרם הוא נגד כיוון מקור המתח E , נחסר אותו מהמשוואה.

(3) נפתור את מערכת המשוואות עבור I_1', I_2', \dots ונחשב את הגדלים הרצויים במעגל.

כתיבה מטריציאלי של משוואות המעגל בשיטת זרמי החוגים:

במעגל שבו N צמתים ו- M ענפים ניתן לחבר $M - N + 1$ משוואות בלתי תלויות על בסיס חוק המתחים של קירכהוף בצורה הבאה (לשם הנוחות נסמן: $K \triangleq M - N + 1$):

$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} & \cdots & -R_{1K} \\ -R_{21} & R_{22} & & & \vdots \\ -R_{31} & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ -R_{K1} & -R_{K2} & \cdots & \cdots & R_{KK} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1' \\ \vdots \\ I_K' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1' \\ \vdots \\ E_K' \end{pmatrix}$$

כאשר:

I_i' - זרם החוג בלולאה ה- i .

R_{ii} - סכום ההתנגדויות בלולאה ה- i .

R_{ij} - סכום ההתנגדויות בלולאה ה- i אשר נמצאים גם בלולאה ה- j .

E_i' - סכום מפלי המתח בלולאה ה- i (סימנים נקבע לפי כיוון זרם החוג).

ניתן לכתוב את מערכת המשוואות גם: $R \cdot \underline{I}' = \underline{E}'$ כאשר:
 R - היא מטריצת המוליכויות.
 \underline{E}' - הוא ווקטור המתחים בלולאות.
 \underline{I}' - הוא ווקטור המשתנים (ערכי הזרמים שבכל לולאה).

מקרים פרטיים:

- עבור שתי משוואות עם שני נעלמים המערכת תראה:

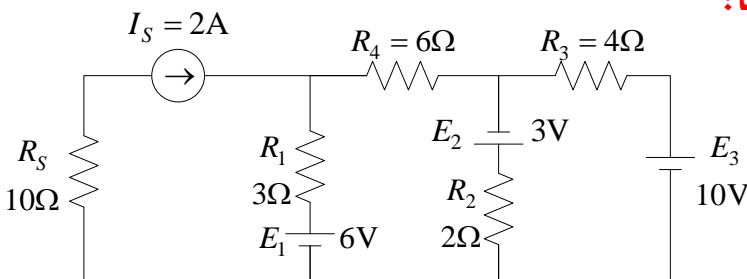
$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} \\ -R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \end{pmatrix}$$

- עבור שלוש משוואות עם שלושה נעלמים המערכת תראה:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & -R_{12} & -R_{13} \\ -R_{21} & R_{22} & -R_{23} \\ -R_{31} & -R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E'_1 \\ E'_2 \\ E'_3 \end{pmatrix}$$

❖ **דוגמא לניתוח מעגל עם מקור זרם:**

מצא את הזרמים בכל הענפים במעגל הבא:



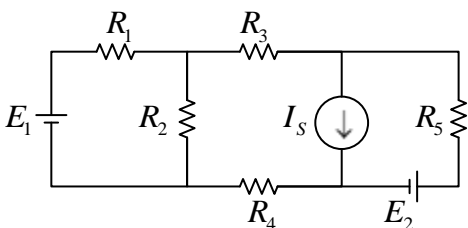
❖ **דוגמא לניתוח מעגל באמצעות סופר חוג:**

נתון המעגל הבא ובו:

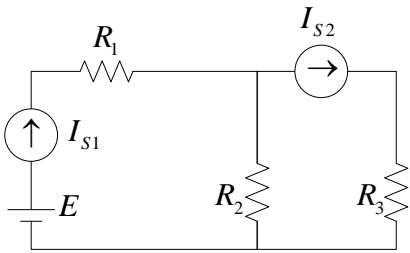
$$R_1 = 8\Omega, R_2 = 6\Omega, R_3 = 5\Omega, R_4 = R_5 = 3\Omega$$

$$E_1 = 10V, E_2 = 4V, I_s = 3.5A$$

חשב את הזרם העובר דרך R_2 .



שאלות:



(1) לפניך המעגל הבא:

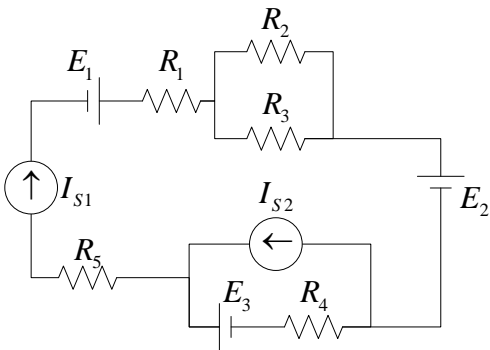
נתון כי המקורות החשמליים אידיאליים.

נתון: $I_{S1} = 2A$, $I_{S2} = 3A$, $E = 10V$

$R_1 = 15\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 10\Omega$

א. מצא את הזרמים שבכל נגד במעגל לפי שיטת זרמי החוגים.

ב. מצא את המתחים הנופלים על כל מקור זרם.



(2) לפניך המעגל הבא:

נתון כי המקורות החשמליים אידיאליים.

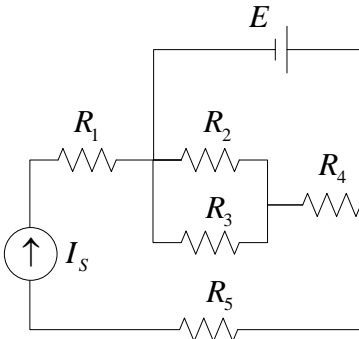
ערכי הרכיבים הם:

$I_{S1} = 5A$, $I_{S2} = 3.5A$, $E_1 = 10V$, $E_2 = 8V$

$E_3 = 100V$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 40\Omega$

$R_4 = 20\Omega$, $R_5 = 8\Omega$

חשב את מפלי המתח שעל פני מקורות הזרם. היעזר בשיטת זרמי החוגים.



(3) לפניך המעגל הבא:

המקורות אידיאליים.

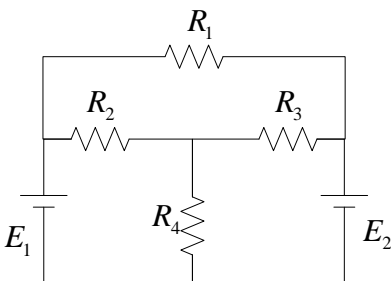
נתון: $I_S = 5A$, $E = 100V$, $R_1 = 5\Omega$

$R_2 = 15\Omega$, $R_3 = 18\Omega$, $R_4 = 23\Omega$, $R_5 = 17\Omega$

ענה על הסעיפים הבאים:

א. חשב את עוצמת הזרם דרך מקור המתח.

ב. חשב את המתח של מקור הזרם.

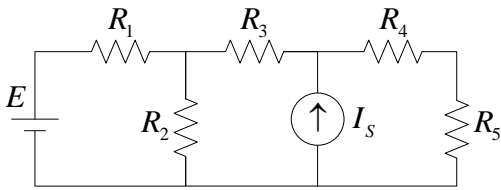


(4) לפניך המעגל הבא:

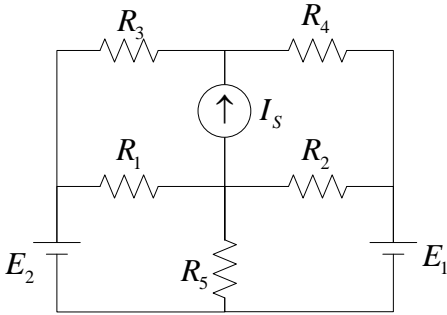
נתון: $R_1 = 20k\Omega$, $R_2 = 40k\Omega$, $R_3 = 20k\Omega$

$R_4 = 20k\Omega$, $E_1 = 20V$, $E_2 = 10V$

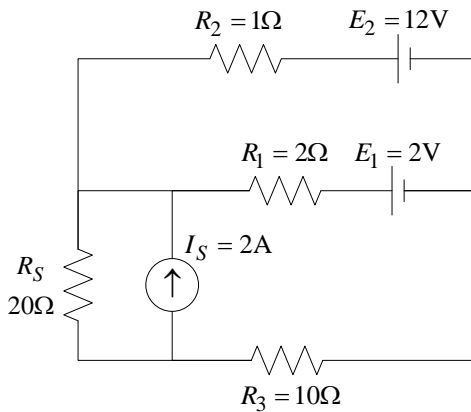
מצא את הזרמים דרך כל אחד מהנגדים. היעזר בזרמי החוגים.



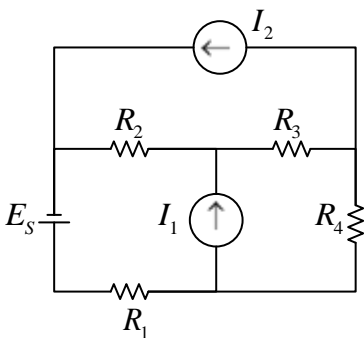
- (5) לפניך המעגל הבא. נתון :
 $E = 40V$, $R_1 = 120\Omega$, $R_2 = 40\Omega$, $R_3 = 0.6k\Omega$
 $I_s = 212mA$, $R_4 = 60\Omega$, $R_5 = 60\Omega$
 מצא את כל הזרמים במעגל.
 היעזר בזרמי החוגים.



- (6) לפניך המעגל הבא :
 נתון : $E_1 = 20V$, $E_2 = 30V$, $R_1 = 10\Omega$
 $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 12\Omega$
 $R_5 = 12\Omega$, $I_s = 2A$
 מצא את הזרמים דרך כל נגד.
 היעזר בזרמי החוגים.



- (7) לפניך המעגל הבא.
 היעזר בשיטת זרמי החוגים ומצא את הזרם
 העובר דרך הנגד R_1 במעגל.



- (8) במעגל שלפניך נתון :
 $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 11\Omega$
 $E_s = 14V$, $I_1 = 3A$, $I_2 = 7A$
 א. מצא את הזרם העובר בנגד R_4
 ב. מצא את הזרם העובר בנגד R_3
 ג. מצא את הספק מקור הזרם I_2

תשובות סופיות:

א. $I_1 = I_{S1} = 2A, I_2 = 1A, I_3 = I_{S2} = 3A$ (1) ב. $v_{S1} = 15V, v_{S2} = 35V$

(2) $U_{I_{S1}} = 84\frac{2}{3}V, U_{I_{S2}} = 70V$

(3) א. $I_E = 8.2A$ ב. $U_{I_{S1}} = 10V$

(4) $I_1 = 0.5mA, I_2 = 0.3mA, I_3 = 0mA, I_4 = 0.4mA$

(5) $I_1 = 244.8mA, I_2 = 265.4mA, I_3 = 20.6mA, I_4 = 191.4mA$

(6) $I_1 = 1.69A, I_2 = 1.4A, I_3 = 0.64A, I_4 = 1.36A, I_5 = 1.09A$

(7) 3.76A לכיוון ימין.

(8) א. 2.5A ב. 4.5A ג. 210W

מאזן הספקים:

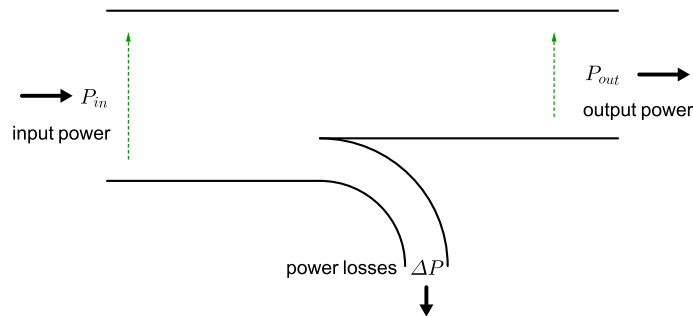
סיכום כללי:

הגדרות כלליות:

ספק – מקור אנרגיה שנותן אנרגיה למעגל (מתקבל הספק חיובי).
צרכן – מקור אנרגיה שצורך/לוקח אנרגיה מהמעגל (מתקבל הספק שלילי).

תיאור מאזן הספקים במעגל:

מאזן הספקים: $P_{in} = P_{out} + \Delta P$ או: (צרכנים) $P = P$ (ספקים).



במעגלים חשמליים עם נגדים בלבד, נוכל לנסח את הכלל באופן הבא:

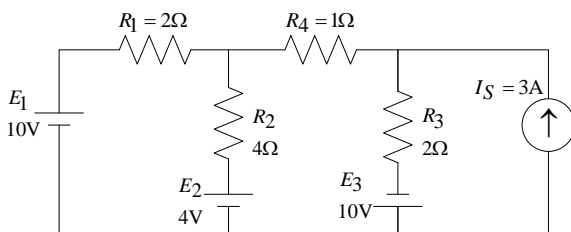
$$\sum P (\text{נגדים}) = \sum P (\text{מקורות})$$

נצילות:

חישוב נצילות במעגל באמצעות הפרמטרים של מאזן הספקים: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = 1 - \frac{\Delta P}{P_{in}}$

❖ דוגמא לחישוב מאזן הספקים במעגל עם מקור זרם:

חשב את מאזן ההספקים של המעגל הבא:



שיטת הסופרפוזיציה:

סיכום כללי:

שיטת הסופרפוזיציה (ההרכבה):

השיטה מתבססת על עיקרון האומר כי תרומת כל אחד ממקורות האנרגיה לזרם העובר דרך נגד R (או למפל המתח עליו) ניתנת לחיבור תוך שימת לב לכיוון הזרם (או מפל המתח).

באופן כללי נאמר כי אם מעגל מכיל N מקורות מתח בלתי תלויים E_n $1 \leq n \leq N$ ו- M מקורות זרם בלתי תלויים I_m $1 \leq m \leq M$ אז מפל המתח על נגד R והזרם העובר דרכו יחושבו לפי:

$$U_R = \sum_{n=1}^N \alpha_n E_n + R \cdot \sum_{m=1}^M \beta_m I_m$$

$$I_R = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^N \alpha_n E_n + \sum_{m=1}^M \beta_m I_m$$

כאשר: $\forall n, m : 0 \leq \alpha_n, \beta_m \leq 1$.

בפרט עבור מקור מתח אחד ומקור זרם אחד נוכל לפשט ולכתוב:

מפל המתח והזרם העוברים דרך אלמנט בעל התנגדות R במעגל בו יש לפחות מקור מתח אחד E ומקור זרם אחד I יהיו מהצורה הבאה:

$$U_R = \alpha_1 E + \beta_1 \cdot IR$$

$$I_R = \alpha_2 \frac{E}{R} + \beta_2 \cdot I$$

כאשר: $i=1,2 : 0 \leq \alpha_i, \beta_i \leq 1$.

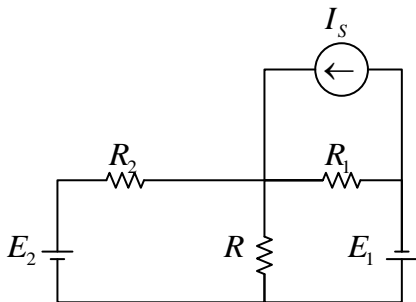
שלבי הפתרון:

- (1) סופרים את המקורות במעגל = אלו הן מספר הפעמים שנצטרך לפתור את המעגל.
- (2) משתקים את כל המקורות במעגל ומשאירים אחד פעיל בכל שלב:
 - א. שיתוק מקור זרם יעשה ע"י נתק.
 - ב. שיתוק מקור מתח יעשה ע"י קצר.
- (3) פותרים את המעגל שקיבלנו ומוצאים את תרומת המתח והזרם על הרכיב המבוקש מהמקור הפעיל במעגל.
- (4) חוזרים על תהליך זה עבור כל המקורות ומסכמים את תרומות המתח והזרם על הרכיב המבוקש מכל המקורות שבמעגל. יש לשמור על קוטביות מתאימה בעת החיבור.

הערה:

בשלבי הפתרון מדובר אך ורק במקורות אנרגיה בלתי תלויים.

❖ דוגמא לשימוש בשיטת הסופרפוזיצה במעגל:



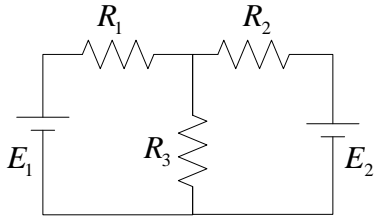
במעגל שלפניך נתון:

$$E_1 = 9V, E_2 = 6V, I_s = 1.5A$$

$$R_1 = 4\Omega, R_2 = 3\Omega, R = 6\Omega$$

מצא את ההספק הנופל על הנגד R .

שאלות:



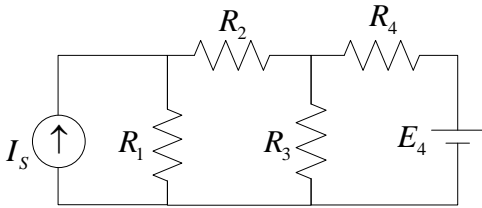
(1) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E_1 = 18V$, $E_2 = 16V$, $R_1 = 2\Omega$

$R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 12\Omega$

היעזר בשיטת הסופרפוזיציה

ומצא את הזרם בנגד R_1 .



(2) לפניך המעגל הבא :

נתון : $I_s = 2A$, $E_4 = 50V$, $R_1 = 10\Omega$

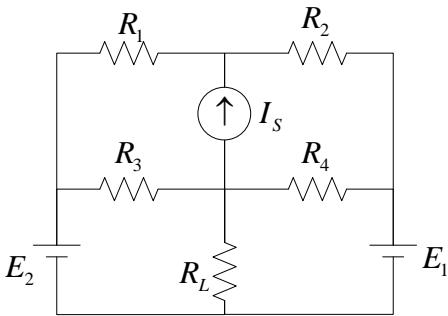
$R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 8.3\Omega$, $R_4 = 30\Omega$

א. חשב את הזרם בנגד R_3

באמצעות שיטת הסופרפוזיציה.

ב. מצא את הספק מקור הזרם.

ג. חשב את נצילות המעגל עבור עומס R_1 .



(3) לפניך המעגל הבא :

נתון : $I_s = 2A$, $E_1 = 20V$, $E_2 = 30V$

$R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 10\Omega$

$R_4 = 5\Omega$, $R_L = 12\Omega$

מצא את הספק הנגד R_L .

היעזר בשיטת הסופרפוזיציה.

תשובות סופיות:

(1) 1.2A

(2) א. 1.5A ב. 34.96W ג. 31.3%

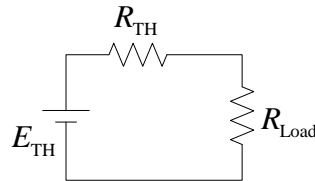
(3) 14.15W

שקולי תבנין ונורטון:

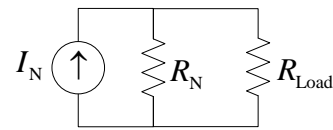
סיכום כללי:

מודלים של מעגלים שקולי תבנין ונורטון:

שקול תבנין:



שקול נורטון:



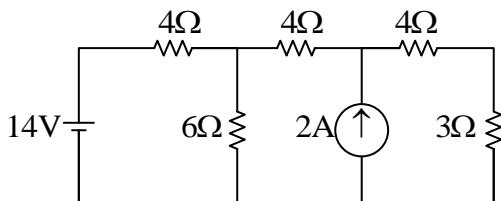
הקשר בין המקורות השקולים וההתנגדויות הוא: $R_{TH} = R_N$, $I_N = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$.

אופן החישוב:

- 1) מנתקים את הרכיב שבין הנקודות (הצמתים) הרלוונטיות. נסמן אותן ב-A ו-B לצורך הנוחיות.
- 2) נמצא את ההתנגדות השקולה R_{AB} ע"י שיתוק מקורות וחישובים עם נגדים.
 - א. מקור מתח מקצרים.
 - ב. מקור זרם מנתקים.
- 3) נמצא את מתח תבנין, E_{TH} , ע"י החזרת על המקורות למעגל וחישוב המתח בין הנקודות A ו-B. כדי לעשות זאת נעזר בכל הטכניקות שנלמדו עד כה.
- 4) לאחר מציאת E_{TH} ו- R_{AB} נוכל לסרטט מעגל תבנין, או להמיר למעגל נורטון. נזכור כי העומס הוא הרכיב שניתקנו מהמעגל.

❖ דוגמא למציאת שקול תבנין ונורטון:

מצא את שקולי תבנין ונורטון לנגד 3Ω במעגל הבא:



העברת הספק מירבי:

התנגדות העומס עבורה ההספק המתפתח על פניו יהיה מירבי שווה להתנגדות

$$P_{L(\max)} = \frac{E_{TH}^2}{4R_{TH}} \quad \text{במקרה זה ההספק יהיה: } R_L = R_{TH}$$

(תקף במעגלי זרם ישר בלבד).

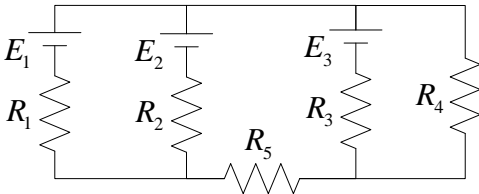
שלבים למציאת הספק מירבי:

נתבקש למצוא התנגדות של רכיב מסוים עבורו ההספק עליו יהיה מירבי (ולמצוא את הספק זה). לשם כך נבצע:

- (1) ניתוק הרכיב וחישוב מעגל שקול תבנית יחסית אליו.
- (2) ההתנגדות השקולה (התנגדות תבנית) תקיים מעבר של הספק מירבי על פני הרכיב.
- (3) ההספק המירבי עצמו יחושב לפי הנוסחה לעיל.

שאלות:

(1) לפניך המעגל הבא:



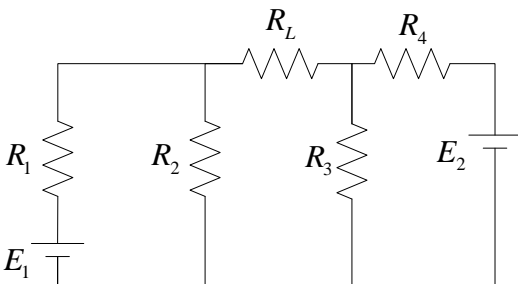
נתון: $E_1 = 24V$, $E_2 = 16V$, $E_3 = 12V$

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 1\Omega, R_3 = 2\Omega$$

$$R_4 = 4\Omega, R_5 = 2.166\Omega$$

- א. סרטט מעגל תמורה תבנית עבור R_5 .
- ב. חשב את ההספק על פני R_5 .

(2) לפניך המעגל הבא:



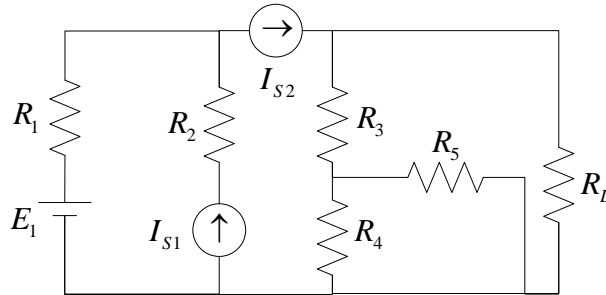
נתון: $E_1 = 40V$, $E_2 = 80V$, $R_1 = 15\Omega$

$$R_2 = 5\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 30\Omega$$

סרטט מעגל תמורה נורטון עבור נגד העומס.

3) לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$$E_1 = 2V, I_{S1} = 2A, I_{S2} = 1A, R_1 = 5\Omega, R_2 = 10\Omega, R_3 = 5\Omega, R_4 = 3\Omega, R_5 = 6\Omega$$



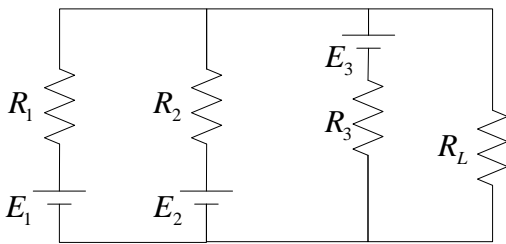
- א. חשב את התנגדות נורטון עבור נגד העומס.
- ב. חשב את זרם נורטון.
- ג. מצא את ערכי נגד העומס שיגרמו להספק של 1W עליו.

4) לפניך המעגל הבא:

$$E_1 = 10V, E_2 = 12V, E_3 = 20V$$

$$R_1 = 3\Omega, R_2 = 6\Omega, R_3 = 5\Omega$$

- א. סרטט מעגל תמורה עפ"י נורטון לנגד העומס.
- ב. מהו ההספק המקסימלי שיכול להתפתח על נגד העומס?

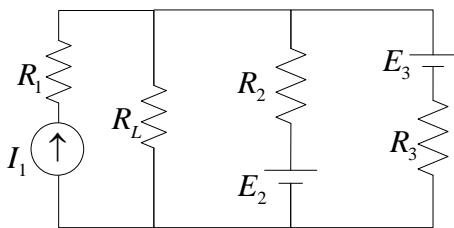


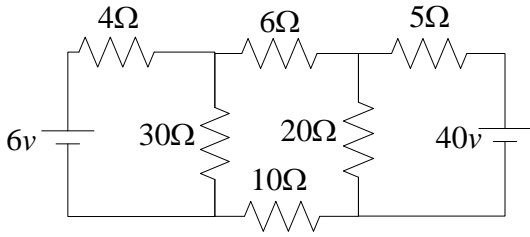
5) לפניך המעגל הבא:

$$E_2 = 4V, E_3 = 12V, I_1 = 1A$$

$$R_1 = R_2 = 2\Omega, R_3 = 4\Omega$$

- א. חשב את ערכו של נגד העומס לקבלת נצילות מקסימלית במעגל.
- ב. מהו זרם הקצר של נגד העומס?
- ג. לנגד העומס קיימים שני ערכים שונים שיגרמו לכך שעל פני הנגד יתפתח הספק השווה בערכו למחצית ההספק המקסימלי שלו. מהם שני ערכי ההתנגדויות שמקיימים זאת?



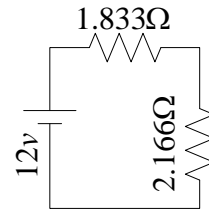


6) לפניך המעגל הבא :

- א. מצא את ההספק המתפתח על מקור המתח של 6V.
 ב. קבע האם מקור זה הוא צרכן או ספק במעגל.

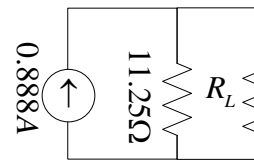
תשובות סופיות:

1) א. להלן סרטוט :



ב. 19.5W.

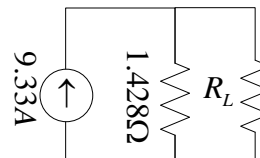
2) א. להלן סרטוט :



3) א. 7Ω

ב. 1A ג. $R_{L1} = 1.46\Omega, R_{L2} = 33.539\Omega$

4) א. להלן סרטוט :



ב. 31.11W

5) א. $R_L = \frac{4}{3}\Omega$

ב. 6A ג. $R_{L1} = 7.771\Omega, R_{L2} = 0.228\Omega$

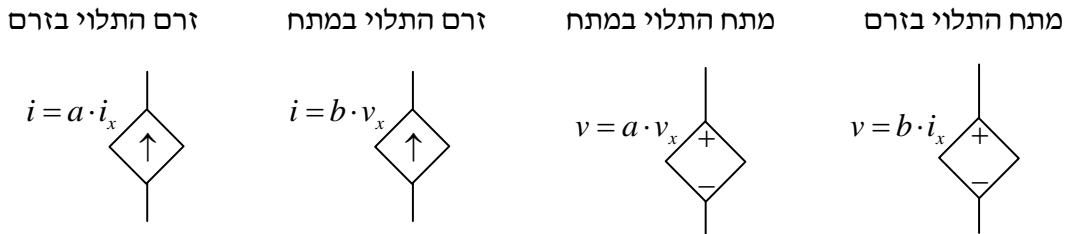
ב. המקור צורך אנרגיה.

6) א. 4.95W

ניתוח מעגלים עם מקורות אנרגיה תלויים:

סיכום כללי:

סוגי מקורות תלויים:



ניתוח מעגלים בשיטת הסופרפוזיציה:

- לא מאפסים מקורות תלויים!
- כאשר מאפסים מקורות בלתי תלויים ומנתחים את המעגל, יש לבדוק את ערכי הפרמטרים של המקורות התלויים. אם הם מתאפסים אז המקור יתאפס, אחרת הוא ישאר ויספק למעגל אנרגיה כלשהי.

מציאת התנגדות שקולה במעגלים עם מקורות תלויים:

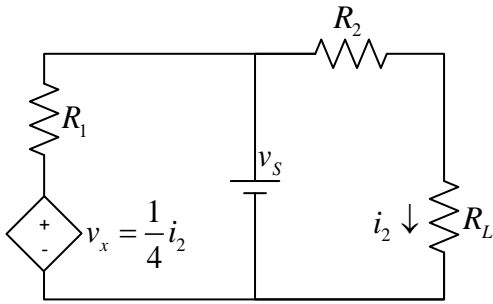
שלבים במציאת התנגדות שקולה ע"י הכנסת מקור בוחן:

- (1) מנתקים את הרכיב שעליו רוצים למדוד את ההתנגדות.
- (2) משתקים מקורות בלתי תלויים (ניתוק מקורות זרם וקיצור מקורות מתח).
- (3) מכניסים מקור בוחן v_T אשר מזריק זרם i_T .
- (4) כותבים משוואות לפי KCL ו-KVL ומחשבים את היחס: $R_{eq} = \frac{v_T}{i_T}$.

שלבים במציאת התנגדות שקולה ע"י מתח שקול וזרם קצר:

- (1) מנתקים את הרכיב שעליו רוצים למדוד את ההתנגדות.
- (2) מחשבים את המתח שבין הדקי הרכיב שניתקנו - v_{TH} .
- (3) מקצרים את ההדקים ומחשבים את גודל הזרם העובר דרכו - i_{SC} .
- (4) מחשבים את היחס: $R_{eq} = \frac{v_{TH}}{i_{SC}}$.

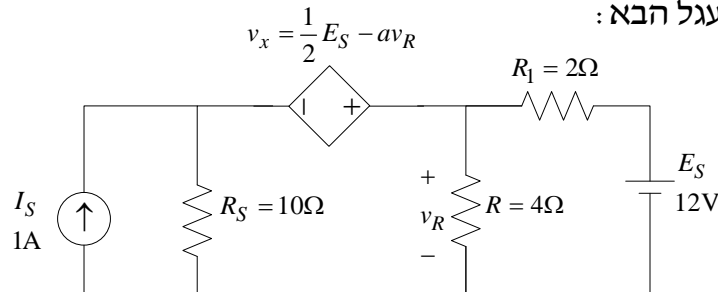
שאלות:



- (1) נתון המעגל הבא ובו נגדים R_1, R_2 ועומס R_L . מקור המתח הוא v_s ומקור המתח התלוי מקיים: $v_x = \frac{1}{4} i_2$. כמו כן: $R_1 = 4\Omega$.
- א. הבע את v_x כתלות במקור המתח v_s , הנגד R_2 והעומס R_L .

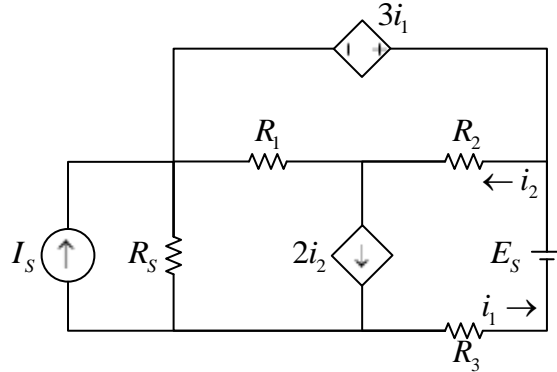
- ב. עבור עומס השווה להתנגדות R_2 מקבלים כי v_x מהווה 12.5% מערך מקור המתח v_s . מצא את העומס המחובר למעגל.
- ג. חשב את הזרם העובר בנגד R_1 (מהו גודלו וכיוונו) עבור מתח כניסה: $v_s = 12V$.
- ד. מחליפים את מקור המתח במקור המתנהג לפי המודל: $\tilde{v}_x = a \cdot i_2$. אולם, עקב אי ליניאריות של המעגל, מקור המתח התלוי מאבד מערכו גודל מסוים התלוי בריבוע הזרם i_2 , כלומר: $\tilde{v}_x = a \cdot i_2 - b \cdot i_2^2$. ענה על השאלות הבאות (הבע באמצעות a ו- b במידת הצורך):
- מהו המתח \tilde{v}_x המירבי האפשרי במעגל?
 - מהם הזרם i_2 והמתח v_s המתקבלים במקרה זה?

(2) לפניך המעגל הבא:



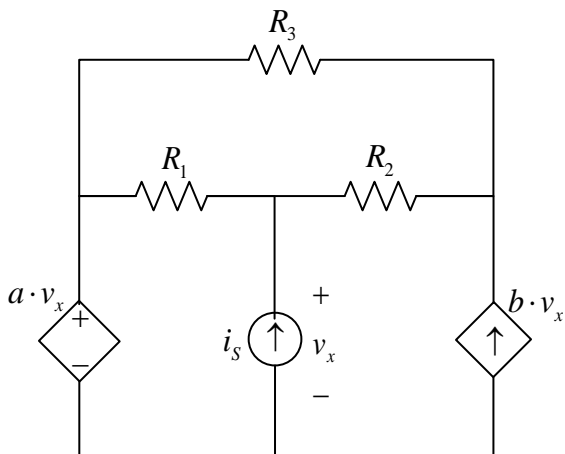
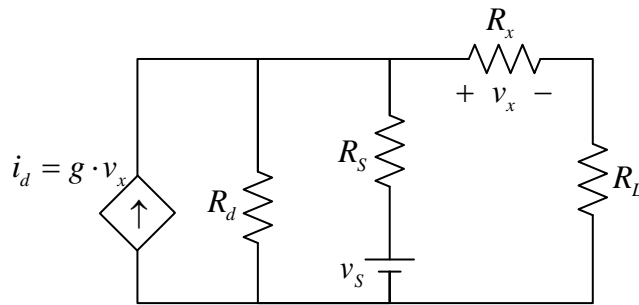
- א. הוכח כי הזרם שעובר דרך מקור המתח התלוי v_x נמצא ביחס הפוך ל- a (נתון: $0 \leq a \leq 1$).
- ב. מצא את ערכו של a עבורו מפל המתח על R יהיה $\frac{1}{\sqrt{2}} E_s$.
- ג. מה הוא תחום ערכי המתח ש- v_x יכול לקבל?

- 3) במעגל שלפניך ישנם מקור מתח ומקור זרם תלויים.
נתון: $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_s = 12\Omega$. כמו כן: $I_s = 4A$, $E_s = 50V$.



- א. מצא את הזרם הזורם דרך מקור המתח התלוי.
ב. עקב תקלה במקור המתח, ערכו ירד ל- $E_s = 48V$. כיצד הדבר ישפיע על המעגל?

- 4) במעגל שלפניך נתונים: R_d, R_s, R_x, R_L וכן: g, v_s .
א. הבע באמצעות פרמטרי השאלה את כל המתחים במעגל.
ב. עקב תקלה ירד ערך הנגד R_x למחצית מערכו: $R_x^{(new)} = 0.5R_x$. כתוב ביטוי ליחס שבין ההספק הנופל על העומס לפני התקלה ואחרי התקלה.

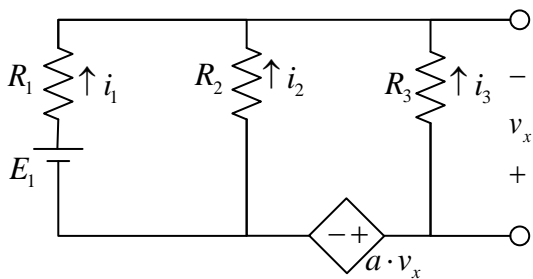
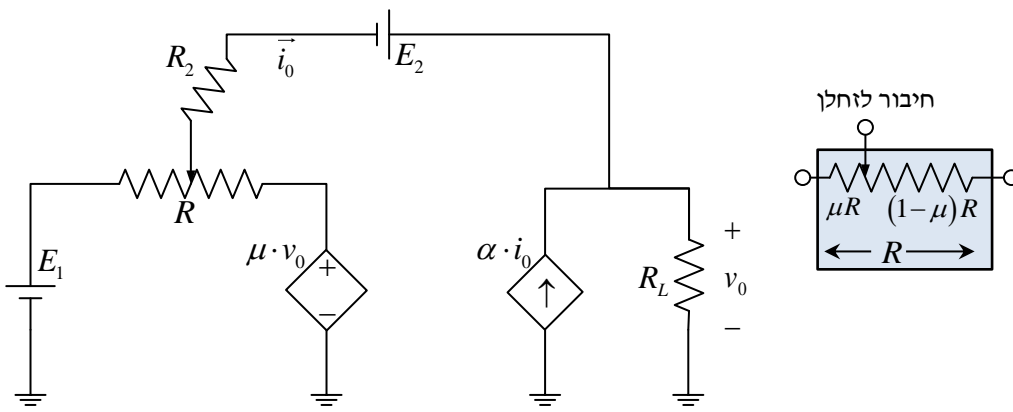


- 5) נתון המעגל הבא ובו:
 $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = R_3 = 4k\Omega$
 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{8} \text{ mS}$, $i_s = 1 \text{ mA}$

מצא את מפל המתח על מקור הזרם הבלתי תלוי ואת ההספק המתפתח על פניו.

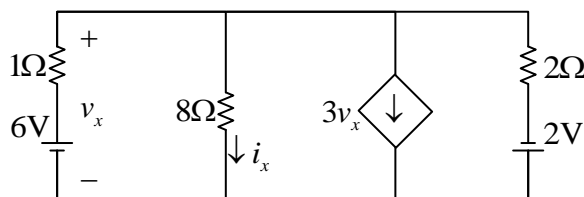
6 במעגל שלפניך ישנו נגד משתנה בעל ערך כולל של $R = 4\Omega$ כפי שמופיע באיור הימני. לזחלן של הנגד המשתנה ישנה התנגדות של $R_2 = 2\Omega$ והוא שולט בחלוקת ההתנגדות. נסמן את החלק השמאלי ב- μR ואת החלק הימני $(1-\mu)R$. הרכיב הנ"ל מחובר למעגל המתואר בסכמה ובה: $E_1 = 3\frac{2}{3}V$, $E_2 = 8V$, $\alpha = 3$, $R_L = 5\Omega$. מסמנים את מפל המתח על העומס ב- v_0 .

- א. מצא את μ עבורו מפל המתח על העומס יהיה $10V$.
 ב. מצא מי ממקורות האנרגיה הוא צרכן ומי הוא ספק.

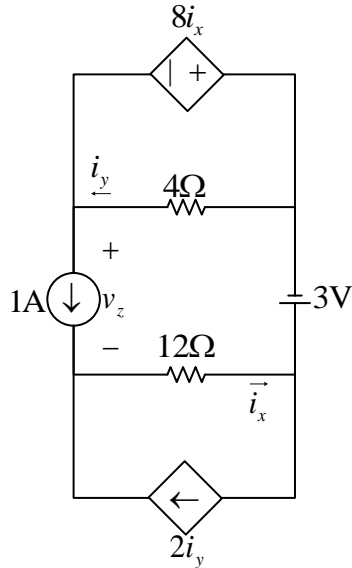


7 נתון המעגל הבא ובו:
 $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $R_3 = 4\Omega$
 $E_1 = 11V$, $a = 3$
 ענה על השאלות הבאות:
 א. מהו הזרם העובר דרך כל אחד מהנגדים: i_1, i_2, i_3 .
 ב. מצא את ההספק הנופל על כל אחד מהמקורות והראה כי מתקיים מאזן הספקים במעגל.

8 במעגל שלפניך שני מקורות מתח בלתי תלויים ומקור זרם תלוי. מסמנים את הזרם העובר דרך הנגד של 8Ω ב- i_x ואת המתח שעל פני המקור $6V$ והתנגדותו הפנימית 1Ω ב- v_x . היעזר בשיטת הסופרפוזיציה ומצא את i_x ואת v_x . כל ערכי הרכיבים מופיעים בסכמה.



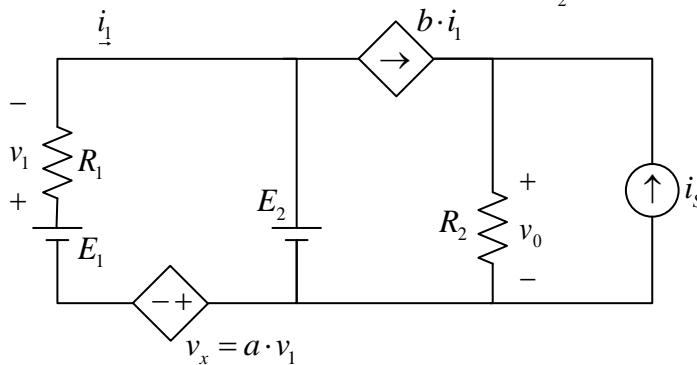
- 9) במעגל שלפניך נתונים שני מקורות בלתי תלויים ושני מקורות תלויים. מסמנים את הזרמים i_x , i_y ואת מפל המתח על מקור הזרם v_z . היעזר בשיטת הסופרפוזיציה ומצא את ערכם של i_x , i_y ו- v_z . כל הנתונים מופיעים בסכמה.



- 10) במעגל שלפניך: $E_1 = 9V$, $E_2 = 8V$, $i_s = 1mA$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 4k\Omega$, $a = 2$, $b = \frac{1}{4}$.

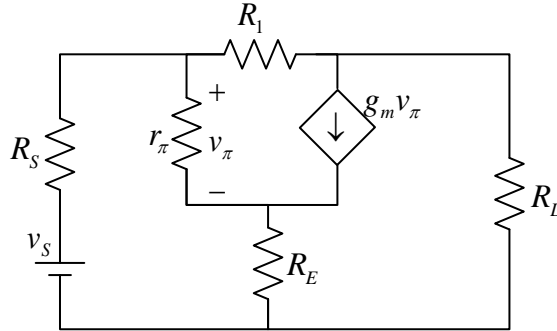
א. מצא את מפל המתח על הנגד R_2 המסומן v_0 .

ב. מצא את היחס $\frac{E_1}{E_2}$ עבורו תרומת מקורות המתח למפל המתח v_0 תהיה זניחה.



11) במעגל שלפניך כל ערכי הרכיבים נתונים כפרמטרים.
כתוב ביטויים עבור הסעיפים הבאים:

- מצא את ההתנגדות השקולה שרואה נגד העומס במעגל שלפניך.
 - מצא את התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח (והנגד R_S).
 - עבור התנגדות הכניסה שמצאת, כתוב ביטוי ל- $\lim_{R_1 \rightarrow \infty} R_{in}$.
- הסבר את התלות של התנגדות הכניסה במקרה זה בעומס ובנגד R_E .



12) לפניך המעגל הבא.

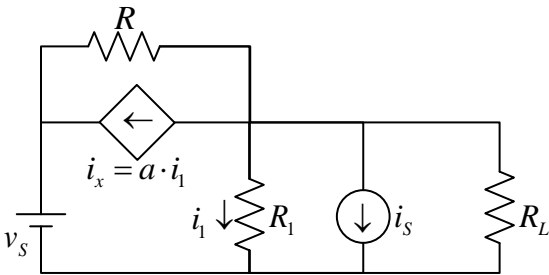
נתון: $R_1 = 12k\Omega$, $R = 4k\Omega$, $a = 5$.

מצא את ההתנגדות השקולה שרואה העומס:

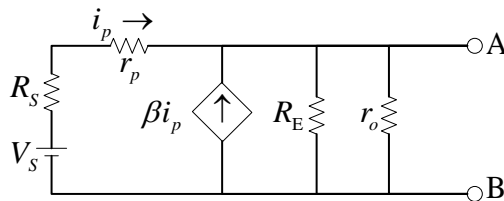
א. ע"י מציאת המתח השקול

וחישוב הזרם i_{sc} .

ב. ע"י הכנסת מקור בוחן למעגל.



13) במעגל שלפניך נתונים: V_S, R_S, R_E, r_o ו- β .



א. כתוב את שקול תבנית ושקול נורטון של המעגל המשתקפים מבעד

לנקודות A ו-B. כלומר מצא את R_{TH}, R_{TH}, I_N, R_N .

ב. בטא את ההספק המקסימלי אשר ניתן להעביר לנגד עומס R_L

(שים לב! מצא ביטוי מתאים עבור R_L תחילה).

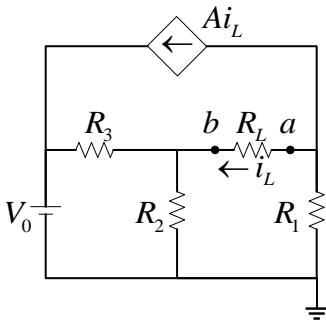
ג. המעגל תוכן כך שההתנגדות R_E רגישה לשינויים בטמפרטורה. נסמן את ההתנגדות התלויה: $R_E(\theta) = R_{E0} \cdot \exp\{-\alpha(\theta - \theta_0)\}$ כאשר:

θ_0 היא טמפרטורת החדר ביחידות $[^{\circ}\text{C}]$.

α מקדם הטמפרטורה ביחידות $\left[\frac{1}{^{\circ}\text{C}}\right]$.

θ היא טמפרטורת המעגל ביחידות $[^{\circ}\text{C}]$.

הנח כי r_o גדול מאוד (כלומר: $r_o \rightarrow \infty \Omega$) ומצא באיזו טמפרטורה הספק המעגל ירד למחצית מערכו המירבי. הנח כי העומס R_L משתנה בתלות בהתנגדות R_E כפי שמצאת בסעיף קודם.



14 במעגל שלפניך נתונים: V_0, R_1, R_2, R_3, A .

א. כתוב את שקול תבנית ושקול נורטון של המעגל המשתקפים מבעד לנקודות a ו- b .

כלומר מצא את V_{TH}, R_{TH}, I_N, R_N .

ב. מחברים עומס R_L בין הנקודות a ו- b .

שמקבל ערך בתחום: $\frac{1}{2}R_{TH} \leq R_L \leq 2R_{TH}$.

צייר גרף של $P_L = f(R_L)$ בתחום הנ"ל.

ציין את ערך ההספק המירבי וערכי הספק בקצוות.

תשובות סופיות:

א. $v_x = \frac{1}{4} \frac{v_s}{R_2 + R_L}$. ב. $R_L = 1\Omega$. ג. $2.625A$ לתוך מקור המתח התלוי. (1)

ד. i. $\tilde{v}_x(\max) = \frac{a^2}{4b} [V]$. ii. $v_s(\max) = \frac{a}{b} [V]$, $i_2(\max) = \frac{a}{2b} [A]$.

א. הוכחה. ב. $a = 0.456$. ג. $-2 \leq v_x \leq 6 [V]$. (2)

א. $80.8mA$. ב. כל הזרמים בענפים מתאפסים. (3)

א. $v_A = \frac{g_s \cdot (g_x + g_L)}{(g_d + g_s)(g_x + g_L) + g_L(g_x - g)} v_s$, $v_B = \frac{g_s \cdot g_x}{(g_d + g_s)(g_x + g_L) + g_L(g_x - g)} v_s$. (4)

ב. $\eta = \frac{1}{4} \left(\frac{(g_d + g_s) \cdot (2g_x + g_L) + g_L(2g_x - g)}{(g_d + g_s)(g_x + g_L) + g_L(g_x - g)} \right)^2$.

$P_{i_s} = 4mW$, $v_{i_s} = 4V$. (5)

א. $\frac{2}{9}$, $\mu = \frac{1}{4}$. ב. עבור שני הערכים מתקבל: E_1 ספק, E_2 ספק, αi_0 ספק, μv_0 צרכן. (6)

א. $i_1 = 3.5A$, $i_2 = -4A$, $i_3 = \frac{1}{2}A$. (7)

ב. שני המקורות ספקים: $\sum P_{Source} = -41.5W$; $P_{E_1} = -38.5W$, $P_{(av_x)} = -3W$.

מאזן הספקים: $\sum_{k=1}^3 P_{R_k} = 41.5W$; $P_{R_1} = 24.5W$, $P_{R_2} = 16W$, $P_{R_3} = 1W$.

$i_x = 135.13mA$, $v_x = 1.08V$. (8)

$i_x = -333.33mA$, $i_y = -666.66mA$, $v_z = 3.666V$. (9)

א. $v_0 = 4\frac{1}{3}V$. ב. $E_1 = E_2$. (10)

א. $R_{eq} = \left(\frac{g_m r_\pi R_S + R_E(1 + g_m r_\pi) + r_\pi}{(R_1 + R_S)(R_E(1 + g_m r_\pi) + r_\pi)} \right)^{-1}$. (11)

ב. $R_{in} = \frac{R_1(r_\pi + R_E)(R_1 + R_L)}{(R_1 + R_E + r_\pi) - R_1 R_L(r_\pi(1 - g_m R_1) + R_E)}$. ג. $\lim_{R_1 \rightarrow \infty} R_{in} = \frac{r_\pi + R_E}{1 + g_m r_\pi R_L}$.

התנגדות הכניסה מושפעת ביחס ישיר ל- R_E וביחס הפוך ל- R_L .

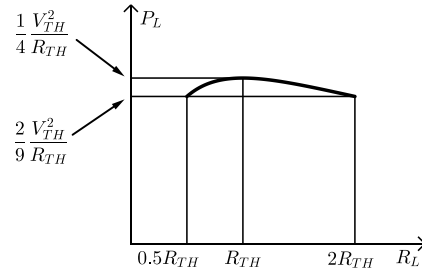
א. $R_{eq} = 1.33k\Omega$. ב. $R_{eq} = 1.33k\Omega$. (12)

א. $V_{TH} = \frac{(\beta + 1)R_E \parallel r_o}{R_S + r_p + (\beta + 1)R_E \parallel r_o} V_S$; $R_{TH} = R_N = R_E \parallel r_o \parallel \frac{R_S + r_p}{\beta + 1}$; $I_N = \frac{\beta + 1}{R_S + r_p} V_S$. (13)

ב. $P_L(\max) = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}}$. ג. $\theta = \theta_0 - \ln \alpha \sqrt{\frac{R_S + r_p}{R_{E0}(\beta + 1) + 2(R_S + r_p)}}$.

$$V_{TH} = \frac{R_2}{R_2 + R_3} V_0 ; R_{TH} = R_N = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + (A+1) R_1 ; I_N = \frac{R_2}{(A+1) R_1 (R_2 + R_3) + R_2 R_3} V_0 \quad \text{א. (14)}$$

ב. להלן גרף הספק:



תוכן העניינים:

2	מבוא לרכיבים ריאקטיביים במעגל החשמלי
2	הקבל במעגל החשמלי:
2	סיכום כללי:
6	שאלות:
11	תשובות סופיות:
12	הסליל במעגל החשמלי:
12	סיכום כללי:
15	שאלות:
18	תשובות סופיות:

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 6

מבוא לרכיבים ריאקטיביים במעגל החשמלי

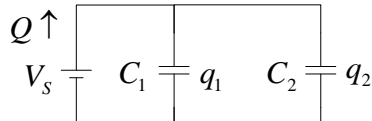
הקבל במעגל החשמלי:

סיכום כללי:

חיבור קבלים במקביל:

עבור חיבור של N קבלים מקביל, בעלי קיבולים $1 \leq k \leq N: C_k$ בהתאמה,

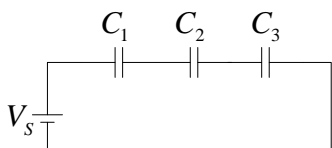
נוכל לכתוב ביטוי לקיבול השקול באופן הבא: $C_T = \sum_{k=1}^N C_k$.



חיבור קבלים בטור:

עבור חיבור של N קבלים בטור, בעלי קיבולים $1 \leq k \leq N: C_k$ בהתאמה,

נוכל לכתוב ביטוי לקיבול השקול באופן הבא: $\frac{1}{C_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k}$.



התנהגות קבלים במעגל חשמלי:

מעגלים הנקראים מעגלי RC או מעגלים מסדר ראשון.

נניח כי הקבל אינו טעון ($Q_C = 0$).

תובנות:

(1) ברגע סגירת המפסק הזרם הוא: $I(0) = \frac{V_S}{R}$ והמתח על פני הקבל הוא: $V_C(0) = 0V$.

(2) לאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק, הזרם הוא אפס: $I(\infty) = 0$ והמתח על פני

הקבל הוא $V_C(\infty) = V_S$.

(3) מרגע סגירת המפסק ניתן להסתכל על הקבל כרכיב שהתנגדותו היא 0Ω (קצר)

והולכת כלפי $\infty\Omega$ (נתק) עם הזמן, כך שלאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק

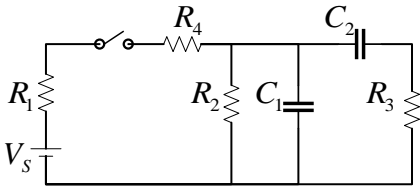
הקבל מהווה נתק במעגל.

המצב המתמיד של מעגלים עם קבלים:

מקובל להתייחס למצב המתמיד במעגלים עם מפסקים וקבלים בתור פרק זמן מספיק ארוך כזה שכל תופעות המעבר עברו (ולכן קבלים יתפקדו כנתק).

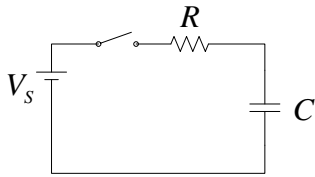
❖ דוגמא - ניתוח במצב המתמיד:

במעגל שלפניך נתונים הנגדים R_1, R_2, R_3, R_4 והקבלים C_1, C_2 . בזמן $t = 0$ סוגרים את המפסק כך שמקור המתח V_s מתחבר.



א. כתוב את הזרם $I(0)$ במעגל ואת מפלי המתחים על הקבלים ברגע סגירת המפסק.

ב. כתוב את הזרם $I(\infty)$ במעגל ואת מפלי המתחים והמטענים על הקבלים במצב מתמיד (כלומר: זמן רב לאחר סגירת המפסק).

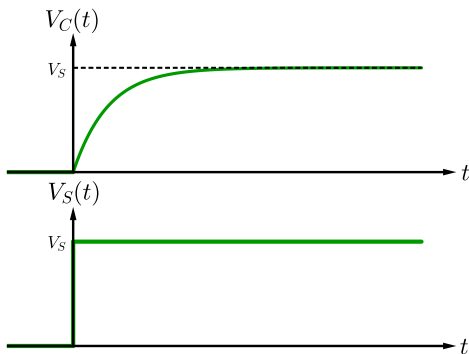


טעינה של קבל:

נתון המעגל הבא. בזמן $t = 0$ סוגרים את המפסק. ידוע כי אין אנרגיה האגורה בקבל, כלומר $V_C(0) = 0V$.

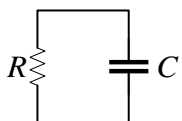
אות המתח המתקבל: $V_C(t) = V_s \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} \right)$

תיאור גרפי של טעינת הקבל:



פריקה של קבל:

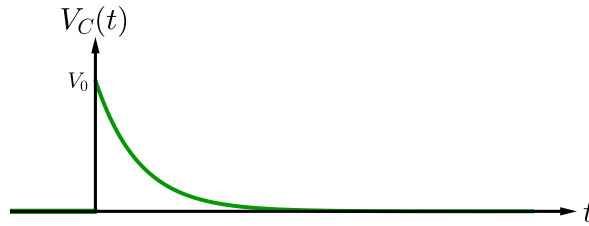
נניח כעת כי הקבל מתפרק על פני נגד R ונכתוב את המשוואה המתאימה המתארת את התפרקותו.



כעת נניח מתח התחלתי על פני הקבל V_0 , כלומר: $V_C(t=0) = V_0$.

הפתרון הסופי המתקבל: $V_C(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$.

תיאור גרפי:



הערות:

- (1) הגודל τ נקבל **קבוע הזמן של המעגל** והוא פרמטר המתאר את קצב הטעינה של הקבל במעגל. τ מתאר את משך הזמן שלוקח לקבל להיטען עד ל-63% מערך המתח המירבי אליו הוא מחובר.
- (2) מקובל לומר כי לאחר 5 קבועי זמן (5τ) טעינת הקבל הסתיימה והמתח על פניו יהיה V_s .
- (3) קבוע הזמן הפריקה מתאר את קצב ההתפרקות של הקבל. בפרט לאחר $t = \tau$ הקבל יפרוק 63% מערכו (או יישאר עם כ-36% מערכו ההתחלתי).

משוואת הדפקים (גרסת המתחים):

משוואה הכוללת טעינה ופריקה יחדיו:

$$V_C(t) = V_\infty - (V_\infty - V_C(0^+)) \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$$

כאשר:

- הגודל V_∞ , או $V_C(\infty)$, מתאר את המתח על הקבל לאחר שכל תופעות המעבר הסתיימו.
- הגודל $V_C(0^+)$ מתאר את המתח על הקבל מיד עם סגירת המפסק.
- הגודל τ מתאר את קבוע הזמן של המעגל.
- הגודל $V_C(t)$ מתאר את מפל המתח על הקבל בזמן t כלשהו.

הערה:

- (1) יש הכותבים את המשוואה כך שתתחיל מנקודת זמן כללית t_0 (שאינה דווקא ב-0)

$$V_C(t) = V_\infty - (V_\infty - V_C(t_0^+)) \exp\left\{-\frac{t-t_0}{\tau}\right\} \quad \text{כך:}$$

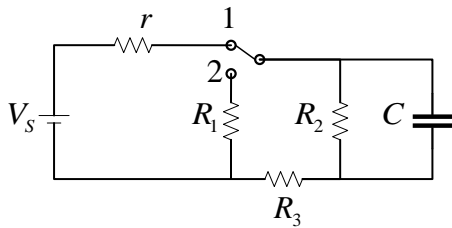
מציאת התנגדות שקולה:

כדי לכתוב את קבוע הזמן של מעגל בצורה נכונה יש לדעת את ערך הקיבול C ואת ההתנגדות R .

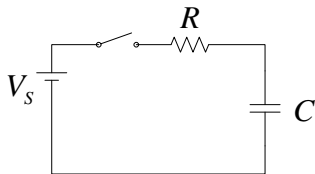
התנגדות זו מוגדרת בתור ההתנגדות השקולה המשוקפת מבעד להדקי הקבל! כדי למצוא אותה נצטרך לבצע את הפעולות הבאות:

- 1) ניתוק הקבל מהמעגל.
 - 2) שיתוק מקורות אנרגיה (מקור מתח מקצרים ומקור זרם מנתקים).
 - 3) חישוב ההתנגדות השקולה המשתקפת מבעד לשתי נקודות הדקי הקבל (באמצעות חישובים של חיבורי נגדים בטור ובמקביל).
- נסמן את ההתנגדות השקולה ב- R_T ונקפיד לכתוב את $\tau = R_T C$ בצורה נכונה עבור כל מעגל.

❖ דוגמא - מציאת קבוע זמן וביטויים זמניים:



נמצא את קבוע הזמן של המעגל הבא כאשר המפסק במצב 1 וכאשר הוא במצב 2. לאחר מכן נעזר במשוואות הדפקים כדי לכתוב את המשוואה של מפל המתח על פני הקבל בכל מצב.



שיקולי אנרגיה והספק בקבל:

מחישובים במעגל הסמוך מתקבל:

$$I = \frac{V_s}{R} \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} \quad \text{אות הזרם:}$$

$$P_R(t) = I^2 R = \frac{V_s^2}{R} \exp\left\{-\frac{2t}{\tau}\right\} \quad \text{הספק על פני הנגד:}$$

$$W_C(t) = \frac{C V_s^2}{2} \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}\right)^2 \quad \text{אנרגיה על פני הקבל:}$$

רציפות מתח בקבל:

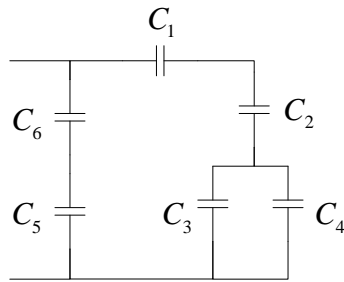
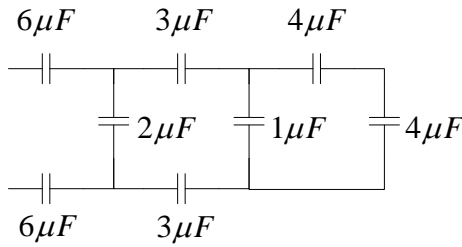
$$V_C(t = t_0^-) = V_C(t = t_0^+) \quad \text{קבל רציף לעניין מתחים:}$$

(כאשר ב- t_0 יש מפסק שמעביר את המעגל ממצב אחד למצב אחר).

שאלות:

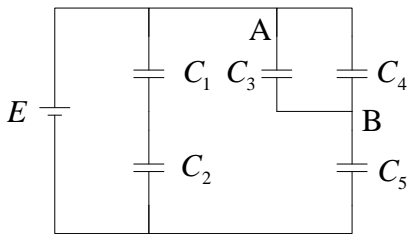
שאלות במציאת קיבולים שקולים:

(1) חשב את הקיבול השקול של המעגל הבא:



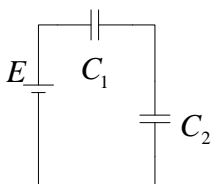
(2) לפניך המעגל הבא:

נתון: $C_1 = 12\mu\text{F}$, $C_2 = 18\mu\text{F}$, $C_3 = 3\mu\text{F}$
 $C_4 = 6\mu\text{F}$, $C_5 = 12\mu\text{F}$, $C_6 = 4\mu\text{F}$
 ידוע כי המתח על הקבל C_2 הוא 8V .
 מצא את המתח על הדקי הקבל C_6 .



(3) לפניך המעגל הבא:

נתון: $C_1 = 6\text{mF}$, $C_2 = 3\text{mF}$, $C_3 = 2\text{mF}$
 $C_4 = 4\text{mF}$, $C_5 = 12\text{mF}$
 א. חשב את הקיבול השקול שרואה מקור המתח.
 ב. מצא את מתח המקור אם נתון כי $V_{AB} = 16\text{V}$.

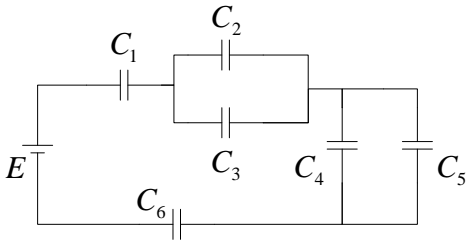


(4) במעגל שלפניך הקבל C_2 הינו קבל לוחות.

נתון: $E = 30\text{V}$, $C_1 = 49\text{pF}$, $C_2 = 12.4\text{pF}$
 א. מהו המתח על הדקי קבל הלוחות?
 ב. חשב את האנרגיה האגורה בכל קבל.

טבלו את קבל הלוחות במים מזוקקים וכתוצאה מכך

- ג. גדל קיבולו פי 80. חשב את האנרגיה כעת בשני הקבלים.
- ד. מהו כיוון הכוח הפועל בין לוחות הקבל?
- ה. כיצד הייתה משתנה התוצאה של סעיף ב' אם במקום קבל לוחות, הקבל C_2 היה קבל טפלון גלילי שבו הרדיוס חיצוני גדול פי 2 מהרדיוס הפנימי והוא באורך של 1cm ?



5) לפניך המעגל הבא :

נתון : $C_1 = 10\mu\text{F}$, $C_3 = 4\mu\text{F}$, $C_4 = 7\mu\text{F}$

$C_5 = 3\mu\text{F}$, $C_6 = 10\mu\text{F}$

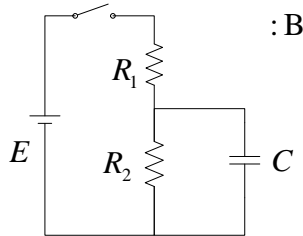
מצא מה צריך להיות ערכו של C_2 על מנת

שמתח המקור יהיה 100V אם ידוע : $U_{C_6} = 25\text{V}$.

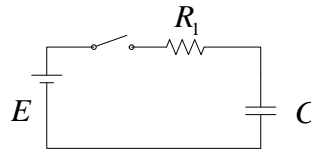
שאלות יסודיות עם קבלים במעגל החשמלי במצב המתמיד :

6) לפניך שני המעגלים הבאים :

נתון : $E = 12\text{V}$, $R_1 = R_2 = 1\text{k}\Omega$, $C = 10\mu\text{F}$



A :



B :

א. מצא את הזרם במעגל ברגע סגירת המפסק.

ב. מצא את הזרם בכל מעגל במצב המתמיד.

ג. מה הם הזרם והמתח שעל פני הקבל ברגע סגירת המפסק?

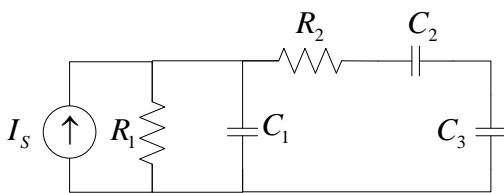
ד. מה הם הזרם והמתח שעל פני הקבל במצב המתמיד?

ה. מהו המטען שהצטבר על הקבל במצב המתמיד בכל מעגל?

7) לפניך המעגל הבא :

נתון : $I_s = 12\text{A}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 100\Omega$

$C_1 = 1.9\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 2\mu\text{F}$

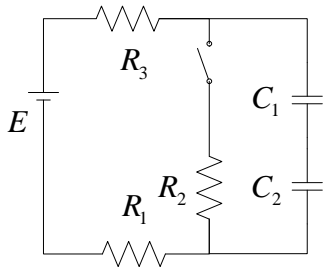


א. חשב את הזרם דרך כל נגד במצב המתמיד.

ב. חשב את המתח על כל קבל במצב המתמיד.

ג. מחליפים את הנגד R_2 בנגד חדש בעל התנגדות של $1\text{k}\Omega$.

כיצד ישתנו הזרמים במעגל במצב המתמיד?



8) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 12V$, $R_1 = 4k\Omega$, $R_2 = 6k\Omega$

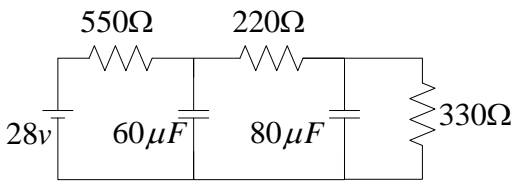
$R_3 = 8k\Omega$, $C_1 = 15mF$, $C_2 = 5mF$

חשב את הערכים הבאים בשני המצבים :
כאשר המפסק פתוח וכאשר הוא סגור.

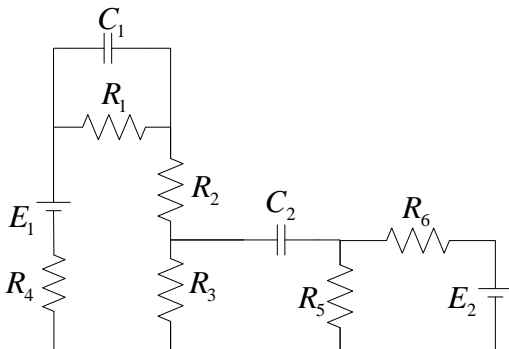
א. מה יהיה המתח על כל קבל במצב המתמיד?

ב. חשב את הזרם הכללי במעגל במצב המתמיד.

ג. חשב את האנרגיה האגורה בשני הקבלים כאשר המפסק סגור לאחר זמן רב.



9) כמה מטען ואנרגיה אגורים בכל אחד מהקבלים במצב המתמיד במעגל הבא :



10) לפניך המעגל הבא :

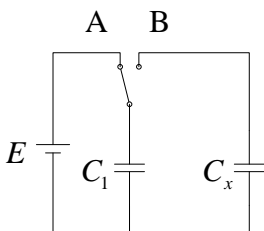
נתון : $E_1 = 15V$, $E_2 = 12V$, $R_1 = 2k\Omega$

$R_2 = 3k\Omega$, $R_3 = 5k\Omega$, $R_4 = 5k\Omega$

$R_5 = 2k\Omega$, $R_6 = 4k\Omega$, $C_1 = 1\mu F$

$C_2 = 3\mu F$

חשב את מתחי הקבלים במצב המתמיד.



11) לפניך המעגל הבא :

ידוע כי : $C_1 = 4\mu F$ וכי מקור המתח הוא : $E = 500V$.

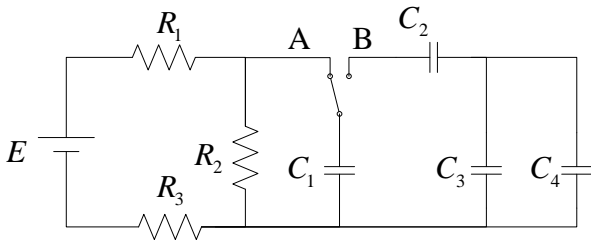
בשלב הראשון המפסק היה במצב A למשך זמן רב.

לאחר מכן העבירו אותו למצב B והקבל C_x נטען

למתח של 200V.

מצא את קיבולו של הקבל C_x ואת המטענים שעל

פני כל קבל במצב המתמיד.



12) לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 12V$, $R_1 = 3k\Omega$, $R_2 = 1k\Omega$

$R_3 = 2k\Omega$, $C_1 = 5\mu F$, $C_2 = 3\mu F$

$C_3 = 4\mu F$, $C_4 = 2\mu F$

לאחר שהמפסק היה זמן רב בנקודה A,

הוא הועבר לנקודה B.

חשב את המתח והמטען שעל פני כל אחד מהקבלים לאחר שהמפסק

היה במצב B במשך הרבה זמן.

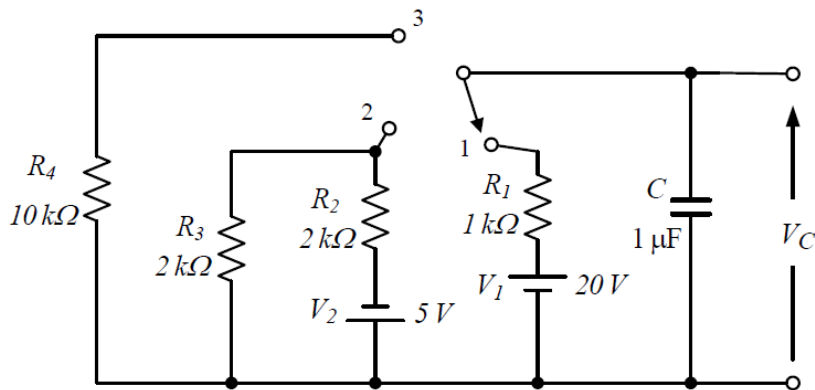
שאלות עם שימוש במשוואת הדפקים :

13) במעגל באיור לשאלה, נתון כי בזמן $t = 0$ הקבל היה פרוק והעבירו את המפסק

למצב 1 למשך של 2msec.

לאחר זמן זה העבירו את המפסק למצב 2 עד שמתח הקבל הגיע ל-10V,

ברגע זה העבירו את המפסק למצב 3 עד להתפרקות מלאה של הקבל.

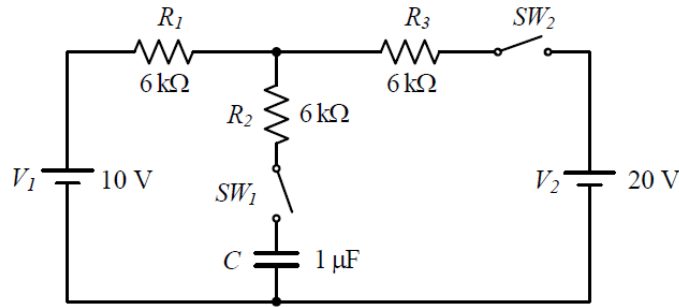


א. חשב את מתח הקבל בזמן העברת המפסק למצב 2.

ב. חשב את הזמן שהמפסק היה במצב 2.

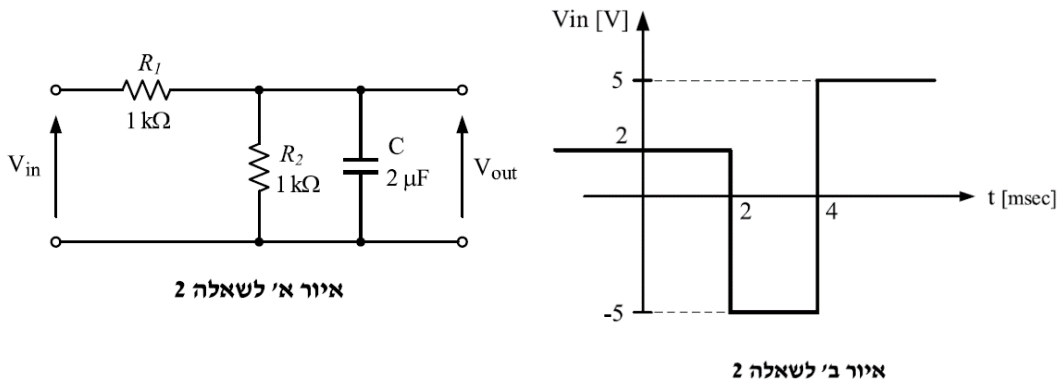
ג. חשב את מתח הקבל ושרטט אותו מזמן $t = 0$ ועד להתייצבות מלאה של מתח הקבל. ציין בשרטוטך את כל הערכים בנקודות המעבר.

14) נתון המעגל באיור לשאלה 2, נתון כי בזמן $t = 0$ הקבל היה פרוק. כמו כן בזמן $t = 0$ נסגר מפסק SW1 ולאחר 24msec נסגר מפסק SW2 גם הוא.



- חשב את המתח ואת הזרם הקבל ברגע סגירת המפסק SW2.
- חשב ושרטט את מתח הקבל מזמן $t = 0$ ועד להתייצבות מלאה של מתח הקבל. ציין בשרטוטך את כל הערכים בנקודות המעבר.
- חשב את הזמן מרגע $t = 0$ בו מתח הקבל מגיע ל- 8V.

15) נתון המעגל באיור א' לשאלה 2. במבוא סיפקו אות מתח, המתואר באיור ב' לשאלה 2.



- חשב את הזרם והמתח על הקבל ברגע $t = 0$.
- חשב את מתח הקבל מזמן $t = 0$ ועד להתייצבות מלאה של מתח הקבל ושרטט אותו. ציין בשרטוטך את כל הערכים בנקודות המעבר ואת זמני החלפת קוטביות מתח הקבל.

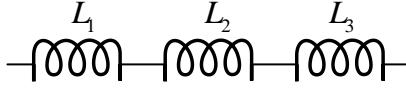
תשובות סופיות:

- (1) $1.5\mu\text{F}$
- (2) $.27\text{V}$
- (3) א. 6mF ב. $.24\text{V}$
- (4) א. 23.94V ב. $W_1 = 899\text{pJ}$, $W_2 = 3533\text{pJ}$ ג. $E_1 = 20\text{nJ}$, $E_2 = 988\text{pJ}$
- ד. כיוון הכוח הוא מהלוח העליון לתחתון. ה. $W_1 = 24.5\text{pJ}$, $W_2 = 706.44\text{pJ}$
- (5) $.6\mu\text{F}$
- (6) א. $I_A(0) = I_B(0) = 12\text{mA}$ ב. $I_A(\infty) = 0\text{A}$, $I_B(\infty) = 6\text{mA}$ ג. $V_{C(A,B)}(0) = 0\text{V}$, $I_{C(A,B)}(0) = 12\text{mA}$ ד. $V_{C(A)}(\infty) = 12\text{V}$, $V_{C(B)}(\infty) = 6\text{V}$, $I_{C(A,B)}(\infty) = 0\text{A}$ ה. $Q_{C(A)} = 120\mu\text{C}$, $Q_{C(B)} = 60\mu\text{C}$
- (7) א. $I_{R_1} = 12\text{A}$, $I_{R_2} = 0\text{A}$ ב. $V_{C_1} = 24\text{V}$, $V_{C_2} = 9.6\text{V}$, $V_{C_3} = 14.4\text{V}$ ג. הזרמים לא ישתנו כלל.
- (8) א. $S = 0: V_{C_1} = 3\text{V}$, $V_{C_2} = 9\text{V}$, $S = 1: V_{C_1} = 1\text{V}$, $V_{C_2} = 3\text{V}$ ב. $I(S = 0) = 0\text{A}$, $I(S = 1) = 0.66\text{mA}$ ג. $W_{eq} = 30\text{mJ}$
- (9) $60\mu\text{F}: Q = 840\mu\text{C}$, $W = 5.88\text{mJ}$; $80\mu\text{F}: Q = 672\mu\text{C}$, $W = 2.822\text{mJ}$
- (10) $V_{C_1} = 2\text{V}$, $V_{C_2} = 1\text{V}$
- (11) $q_1 = 0.8\text{mC}$, $q_x = 1.2\text{mC}$, $C_x = 6\mu\text{F}$
- (12) $C_1: V = 1.428\text{V}$, $Q = 7.14\mu\text{C}$, $C_2: V = 0.953\text{V}$, $Q = 2.86\mu\text{C}$
 $C_3: V = 0.475\text{V}$, $Q = 1.9\mu\text{C}$, $C_4: V = 0.475\text{V}$, $Q = 0.96\mu\text{C}$
- (13) א. 17.293V ב. 0.459 msec ג. ראה גרף בסרטון הוידאו.
- (14) א. 113.33mA , 8.64V ב. ראה גרף בסרטון הוידאו. ג. 19.31 msec
- (15) א. 1V , 0A ב. ראה גרף בסרטון הוידאו.

הסליל במעגל החשמלי:

סיכום כללי:

חיבור סלילים בטור:

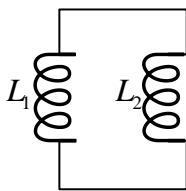


עבור חיבור של N סלילים בטור, בעלי השראויות L_k : $1 \leq k \leq N$ בהתאמה,

נוכל לכתוב ביטוי להשראות השקולה באופן הבא: $L_T = \sum_{k=1}^N L_k$.

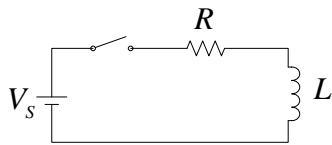
חיבור סלילים במקביל:

עבור חיבור של N סלילים במקביל, בעלי השראויות L_k : $1 \leq k \leq N$ בהתאמה,



נוכל לכתוב ביטוי להשראות השקולה באופן הבא: $\frac{1}{L_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{L_k}$.

התנהגות סלילים במעגל חשמלי:



מעגלים הנקראים מעגלי RL או מעגלים מסדר ראשון. נניח כי הסליל אינו טעון ($\phi = 0$). תובנות:

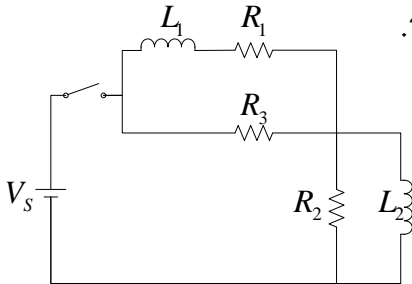
(1) ברגע סגירת המפסק הזרם הוא: $I(0) = 0A$ והמתח על פני הסליל הוא: $V_L(0) = V_S$.

(2) לאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק, הזרם הוא: $I(\infty) = \frac{V_S}{R}$ והמתח על פני הסליל הוא: $V_L(\infty) = 0V$.

(3) מרגע סגירת המפסק ניתן להסתכל על הסליל כרכיב שהתנגדותו היא $\infty \Omega$ (נתק) והולכת כלפי 0Ω (קצר) עם הזמן, כך שלאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק הסליל מהווה קצר במעגל.

❖ דוגמא - ניתוח במצב המתמיד:

במעגל שלפניך נתונים הנגדים R_1, R_2, R_3 והסלילים L_1, L_2 . בזמן $t=0$ סוגרים את המפסק כך שמקור המתח V_S מתחבר.



- כתוב את הזרם $I(0)$ במעגל ואת מפלי המתחים על הסלילים ברגע סגירת המפסק.
- כתוב את הזרם $I(\infty)$ במעגל ואת מפלי המתחים והזרמים בסלילים במצב מתמיד.

טעינה של סליל:

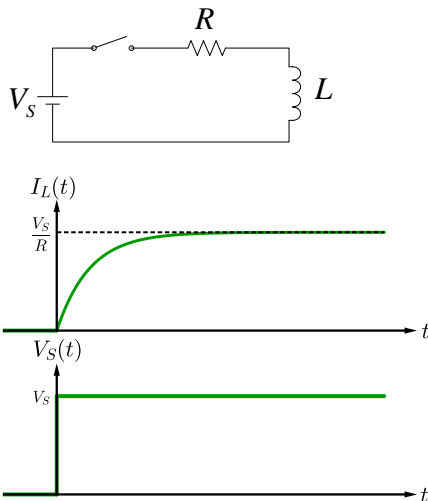
נתבונן במעגל הבא.

בזמן $t=0$ סוגרים את המפסק.

ידוע כי אין אנרגיה מגנטית בסליל, כלומר $I_L(0^+) = 0A$.

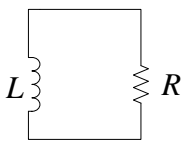
אות הזרם המתקבל:
$$I(t) = \frac{V_S}{R} \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} \right)$$

תיאור גרפי של טעינת הקבל:



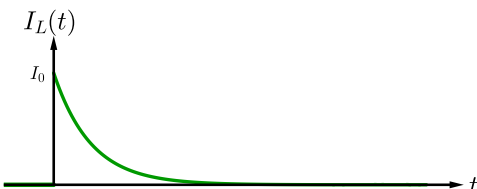
פריקה של סליל:

נניח כעת כי הסליל מתפרק על פני נגד R ונכתוב את המשוואה המתאימה המתארת את התפרקותו. כעת נניח כי הסליל אוגר זרם I_0 , כלומר: $I_L(t=0) = I_0$.

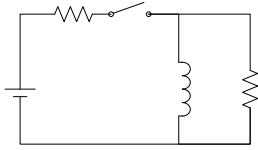


הפתרון הסופי המתקבל:
$$I_L(t) = I_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$$

תיאור גרפי:



משוואת הדפקים (גרסת הזרמים):



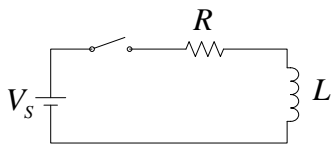
משוואה הכוללת טעינה ופריקה יחדיו:

$$I_L(t) = I_\infty - (I_\infty - I_L(0^+)) \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$$

כאשר:

- הגודל I_∞ , או $I_L(\infty)$, מתאר את הזרם בסליל לאחר שכל תופעות המעבר הסתיימו.
- הגודל $I_L(0^+)$ מתאר את הזרם בסליל מיד עם סגירת המפסק.
- הגודל τ מתאר את קבוע הזמן של המעגל.
- הגודל $I_L(t)$ מתאר את הזרם בסליל בזמן t כלשהו.

שיקולי אנרגיה והספק בסליל:



מחישובים במעגל הסמוך מתקבל:

אות המתח: $V_L(t) = V_s \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$

הספק על פני הנגד: $P_R(t) = I^2 R = \frac{V_s^2}{R} \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}\right)^2$

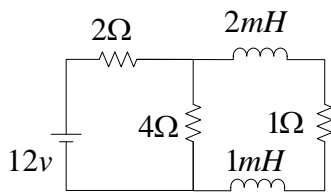
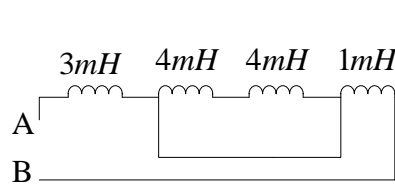
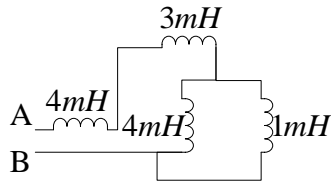
אנרגיה על פני הקבל: $W_L(t) = \frac{LI_\infty^2}{2} \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}\right)^2$

רציפות זרם בסליל:

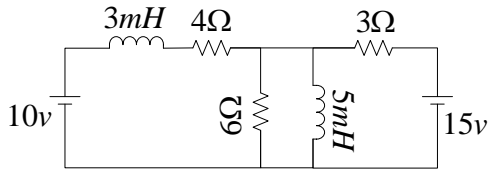
סליל רציף לעניין זרמים: $I_L(t = t_0^-) = I_L(t = t_0^+)$
 (כאשר ב- t_0 יש מפסק שמעביר את המעגל ממצב אחד למצב אחר).

שאלות:

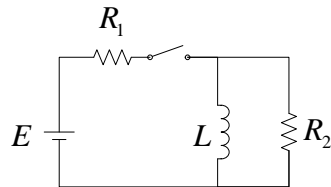
1) חשב את ערכי ההשראות השקולים של הסלילים הבאים בין הנקודות A ו-B:



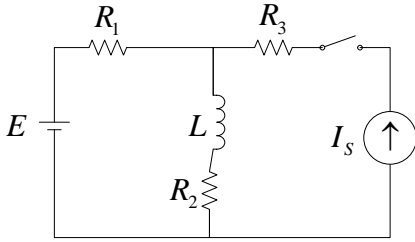
2) לפניך המעגל הבא :
חשב את האנרגיה האגורה בכל סליל במצב המתמיד.



3) נתון המעגל הבא :
חשב את האנרגיה האגורה בכל אחד מהסלילים.



4) לפניך המעגל הבא :
נתון : $E = 24V$, $R_1 = 6k\Omega$, $R_2 = 3k\Omega$, $L = 2H$.
בזמן $t = 0$ סגרו את המפסק.
א. מהו ההספק על R_2 בזמן זה?
ב. כמה זמן יש להשאיר את המפסק סגור כדי לקבל זרם מירבי בסליל ומהי עוצמתו?
ג. תוך כמה זמן ימדד הספק של $6.75mW$ על הנגד R_2 ?
פתחו את המפסק לאחר $3.5msec$.
ד. מהו המתח על הנגד R_2 ומהי קוטביותו?
ה. תוך כמה זמן ימדד זרם מינימלי דרך הסליל?



5 לפניך המעגל הבא :

נתון : $E = 40V$, $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$

$R_3 = 2k\Omega$, $I_s = 2mA$, $L = 4H$

זמן רב לאחר שהמפסק היה פתוח סגרו אותו.

א. מהו ההספק על R_2 מיד לאחר סגירת המפסק?

ב. מהו הזרם דרך הסליל $3msec$ לאחר סגירת המפסק?

לאחר $4msec$ פתחו שוב את המפסק.

ג. מהו ההספק על מקור המתח מיד עם פתיחת המפסק?

ד. תוך כמה זמן ימדד זרם של $10.5mA$ דרך הסליל?

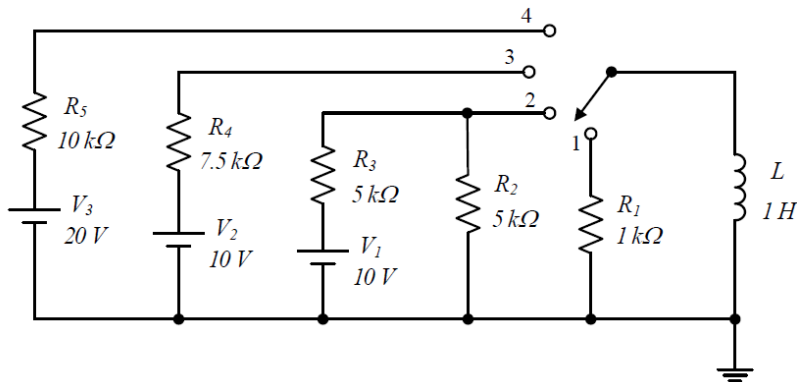
6 במעגל, באיור 2 לשאלה נתון שבזמן $t = 0$ הסליל היה פרוק.

העבירו את המפסק למצב 4 למשך של $200\mu sec$.

לאחר משך זמן זה העבירו את המפסק למצב 3.

ברגע שזרם הסליל הגיע ל- $1.5mA$ העבירו את המפסק למצב 2 למשך זמן של $100\mu sec$.

לאחר מכן העבירו את המפסק למצב 1 עד להתפרקות מלאה של הסליל.



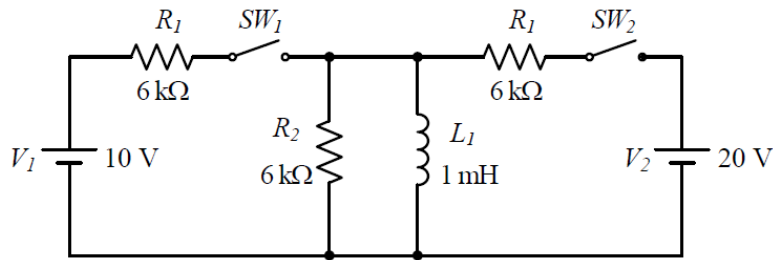
א. חשב את מתח הסליל ואת זרם הסליל בזמן העברת המפסק למצב 3.

ב. חשב את משך הזמן שהמפסק היה במצב 3.

ג. חשב את מתח הסליל וסרטט אותו מזמן $t = 0$ ועד להתייצבות מלאה

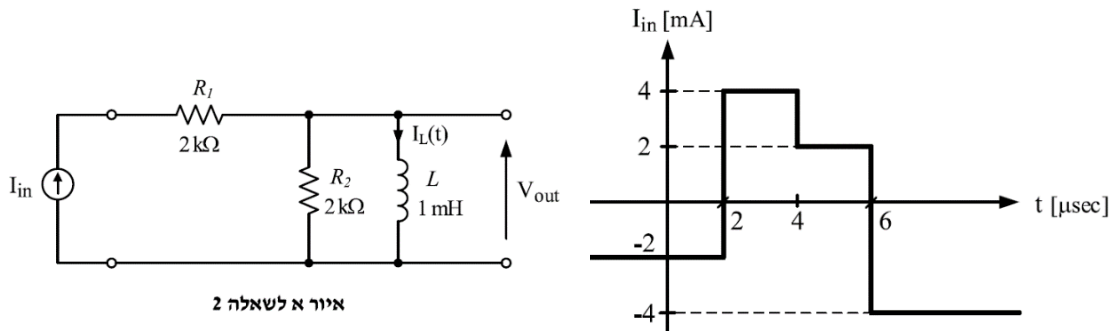
של מתח הסליל. ציין בסרטוטך את כל הערכים בנקודות המעבר.

7) נתון המעגל באיור לשאלה 2, נתון כי בזמן $t = 0$ הסליל היה פרוק, כמו כן בזמן $t = 0$ נסגר מפסק SW_1 , ולאחר $1 \mu\text{sec}$ נסגר מפסק SW_2 גם הוא.



- א. חשב את מתח הזרם הסליל ברגע סגירת המפסק SW_2 .
 ב. חשב ושרטט את מתח הסליל מזמן $t = 0$ ועד להתייצבות מלאה של מתח הסליל. ציין בשרטוטך את כל הערכים בנקודות המעבר.

8) נתון מעגל באיור א לשאלה 2. במבוא סיפקו אות זרם, המתואר באיור ב לשאלה 2.



- א. חשב את הזרם ואת המתח על הסליל ברגע $t = 2 \mu\text{sec}$.
 ב. חשב את הזרם והמתח בסליל מזמן $t = 0$ ועד להתייצבות מלאה של מתח הסליל ושרטט אותו. ציין בשרטוטך את כל הערכים בנקודות המעבר.

תשובות סופיות:

- (1) א. 6mH ב. 7.8mH
- (2) .11.755mJ , 5.877mJ
- (3) .0.14J , 9.375mJ
- (4) א. 21.33mW ב. $I_{\max} = 4\text{mA}$, $\Delta t = 5\text{ msec}$
 ג. $\Delta t = 0.575\text{ msec}$
 ד. 11.673V , הפוטנציאל החיובי בתחתית, הזרם נגד כיוון השעון.
 ה. $\Delta t = 3.33\text{ msec}$
- (5) א. 0.2W ב. 11.9mA ג. 478mW ד. $\Delta t = 1.36\text{ msec}$
- (6) א. 1.73mA , 2.7V ב. 111 μsec ג. ראה גרף בסרטון הוידאו.
- (7) א. 1.58mA , 0.25V ב. ראה גרף בסרטון הוידאו.
- (8) א. $I_L(2^- \mu\text{sec}) = I_L(2^+ \mu\text{sec}) = -2\text{mA}$, $V_L(2^- \mu\text{sec}) = 0\text{V}$, $V_L(2^+ \mu\text{sec}) = 12\text{V}$
 ב. ראה גרף בסרטון הוידאו.

תוכן העניינים:

2	מעגלים מסדר ראשון
2	פתרון של משוואות דיפרנציאליות מסדר ראשון :
2	סיכום כללי :
5	שאלות :
6	תשובות סופיות :
7	ניתוח מעגלים מסדר ראשון :
7	סיכום כללי :
8	שאלות :
12	תשובות סופיות :

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 7

מעגלים מסדר ראשון

פתרון של משוואות דיפרנציאליות מסדר ראשון:

סיכום כללי:

הקדמה:

תבנית המשוואות שנעסוק בהן:

$$\begin{cases} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}i(t) = f(t) \\ i(0^+) = I_0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t) \\ v(0^+) = V_0 \end{cases}$$

בהקשר של מעגלים חשמליים, נתייחס לפרמטרים הבאים:

- (1) הגודל τ נקרא **קבוע הזמן של המעגל** ונתייחס אליו כאן ביחידות של sec.
- (2) הפונקציה שבאגף ימין, $f(t)$, נקראת **עירור הכניסה של המעגל**.
- (3) תנאי ההתחלה (ת.ה.) יתארו ערך מתח או זרם התחלתיים, כאשר חשוב לקבלם עבור $t = 0^+$. במקרים בהם ת.ה. יינתנו עבור $t = 0^-$ אנו נמיר אותם תחילה לזמן $t = 0^+$.

משוואה הומוגנית:

$$\begin{cases} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = 0 \\ v(0^+) = V_0 \end{cases} \quad \text{משוואה הומוגנית מקיימת: } f(t) = 0, \text{ כלומר:}$$

הפתרון של מד"ר הומוגנית מסדר ראשון הוא: $v_h(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$ (או) $i_h(t) = I_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$

وهוא נקרא הפתרון ההומוגני של המשוואה.

משוואה לא הומוגנית:

משוואה מהצורה: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t)$ נקראת משוואה לא הומוגנית (כלומר: $f(t) \neq 0$).

פתרון משוואה לא הומוגנית מורכב מהסכום של הפתרון ההומוגני והפתרון הפרטי:

$$v(t) = v_h(t) + v_p(t)$$

לגבי הפתרון הפרטי – ננחש אותו לפי הכללים הבאים:

ניחוש פתרון - $v_p(t)$	אגף ימין - $f(t)$
$Q_n(t)$	$P_n(t), n \in \mathbb{Z}^+$
$A \exp(-\alpha t)$	$\exp(-\alpha t), \alpha > 0$
$(At + B) \exp(-\alpha t)$	$t \exp(-\alpha t), \alpha > 0$
$A \sin(\omega_0 t) + B \cos(\omega_0 t)$	$\cos(\omega_0 t)$ או $\sin(\omega_0 t)$

ליניאריות הפתרונות:

כאשר נתונה מד"ר הכוללת מספר איברים כגון: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \sum_{k=1}^N a_k f_k(t)$

נרכיב פתרון מהצורה: $v(t) = v_h(t) + \sum_{k=1}^N v_{p,k}(t)$

פתרונות ZIR ו-ZSR:

משוואה עם כניסת אפס (ZIR):

משוואה מהצורה: $\begin{cases} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = 0 \\ v(0^+) = V_0 \end{cases}$ שפתרונה ידוע גם בתור התגובה לכניסה אפס למעגל.

למשוואה זו פתרון הומוגני בלבד ולכן נוכל לכתוב: $v_{ZIR}(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$

משוואה עם תנאי התחלה אפס (ZSR):

$$\text{משוואה מהצורה: } \begin{cases} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = f(t) \\ v(0^+) = 0 \end{cases} \text{ שפתרונה מורכב מהפתרון ההומוגני}$$

והפתרון הפרטי של משוואה דיפרנציאלית: $v_{ZSR}(t) = v_h(t) + v_p(t)$.

הכללה:

פתרון משוואה בעלת N עירורי כניסה: $\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v(t) = \sum_{k=1}^N f_k(t)$ (ות.ה.: $v(0^+) \neq 0$)

יהיה מהצורה הבאה: $v(t) = v_{ZIR}(t) + \sum_{k=1}^N v_{ZSR,k}(t)$

סיכום פתרון משוואה ע"י חלוקה ל-ZIR ו-ZSR:

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}y(t) = f(t) \\ y(0^+) = Y_0 \end{cases} \text{ בהינתן משוואה דיפרנציאלית מסדר ראשון מהצורה:}$$

כאשר $y(t)$ מייצג אות מתח או זרם, ו- $y(0^+) = Y_0$ הוא ערך תנאי ההתחלה עבור אות המתח או הזרם בהתאמה, נוכל לייצג את דרך הפתרון ויזואלית בצורה הבאה:

$y(t)$	=	$y_{ZIR}(t)$	+	$y_{ZSR}(t)$
		↙		↙ ↘
$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}y(t) = 0 \\ y(0^+) = Y_0 \end{cases}$		$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}y(t) = f_1(t) \\ y(0^+) = Y_0 \end{cases}$	+ ... +	$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}y(t) = f_N(t) \\ y(0^+) = Y_0 \end{cases}$
↓		↓		↓
$y_{ZIR}(t) = y_h(t)$		$y_{ZSR,1}(t) = y_h(t) + y_p(t)$		$y_{ZSR,N}(t) = y_h(t) + y_p(t)$
		↓		
		$y_{ZSR}(t) = \sum_{k=1}^N y_{ZSR,k}$		

איזון הלמים:

ניתן להמיר מד"ר מהצורה:

$$\begin{cases} y^{(N)}(t) + a_{N-1}y^{(N-1)}(t) + \dots + a_1y'(t) + a_0y(t) = C \cdot \delta(t) \\ y^{(N-1)}(0^-) = y^{(N-2)}(0^-) = \dots = y(0^-) = 0 \end{cases}$$

באופן הבא:

$$\begin{cases} y^{(N)}(t) + a_{N-1}y^{(N-1)}(t) + \dots + a_1y'(t) + a_0y(t) = 0 \\ y^{(N-1)}(0^+) = C, y^{(N-2)}(0^+) = \dots = y(0^+) = 0 \end{cases}$$

שאלות:

(1) נתונה המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 0$, כאשר $\tau = \frac{1}{4} \text{ sec}$ ו- $i(0^-) = 5A$.

א. מהו פתרון ZIR ופתרון ZSR של המשוואה?
ב. כתוב את הפתרון הכללי.

(2) פתור את המד"ר הבאה: $v' + \frac{1}{\tau}v = 0$, $\tau = \frac{1}{2} \text{ sec}$, $v(0^-) = 1V$.

(3) נתונה המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 5 \cdot u(t)$ כאשר $\tau = 40 \text{ msec}$.

מהו פתרון המשוואה עבור כל אחד מתנאי ההתחלה הבאים:

א. $i(0^-) = 0A$.

ב. $i(0^-) = 3A$.

(4) נתונה המד"ר הבאה: $i' + \frac{1}{\tau}i = 6 \cdot \sin(4t) \cdot u(t)$ כאשר $\tau = 20 \text{ msec}$.

ו- $i(0^-) = 3mA$. מצא את הפתרון הכללי של $i(t)$.

(5) מצא את הפתרון הכללי של המד"ר הבאה: $v' + \frac{1}{\tau}v = e^{-4t}u(t)$.

אם ידוע כי $\tau = 0.25 \text{ sec}$ ותנאי ההתחלה הוא $v(0^+) = 30mV$.

$$i' + \frac{1}{\tau} i = 4\delta(t) - 3 \cdot \cos(2t) \cdot u(t) \quad \text{פתור את המד"ר הבאה :} \quad (6)$$

$$\text{כאשר : } \tau = 1 \text{ sec ו- } i(0^-) = 200 \text{ mA}$$

$$v' + \frac{1}{\tau} v = 2\delta(t) + 5 \cdot \sin(3t) \cdot u(t) + e^{-12t} \cdot u(t) + 2e^{-10t} \cdot u(t) \quad \text{נתונה המד"ר הבאה :} \quad (7)$$

$$\text{מצא את הפתרון הכללי עבור } v(t) \text{ כאשר } \tau = 0.1 \text{ sec ו- } v(0^-) = 0 \text{ V}$$

תשובות סופיות:

$$i(t) = i_{ZIR}(t) = 5e^{-4t} ; t \geq 0 \quad \text{ב.} \quad i_{ZSR}(t) = 0, i_{ZIR}(t) = 5e^{-4t} ; t \geq 0 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$v(t) = v_{ZIR}(t) = e^{-2t} ; t \geq 0 \quad (2)$$

$$i(t) = \frac{1}{5} + 2\frac{4}{5}e^{-25t} ; t \geq 0 \quad \text{ב.} \quad i(t) = i_{ZIR}(t) = \frac{1}{5}(1 - e^{-25t}) ; t \geq 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$i(t) = 12.4 \cdot 10^{-3} e^{-50t} + 0.119 \sin 4t - 9.54 \cdot 10^{-3} \cos 4t ; t \geq 0 \quad (4)$$

$$v(t) = e^{-4t} (t + 0.03) ; t \geq 0 \quad (5)$$

$$i(t) = [4.8e^{-t} - 0.6 \cos 2t - 1.2 \sin 2t] u(t) \quad (6)$$

$$v(t) = \left(\frac{575}{218} + 2t \right) e^{-10t} - \frac{1}{2} e^{-12t} + \frac{1}{109} (50 \sin 3t - 15 \cos 3t) ; t \geq 0 \quad (7)$$

ניתוח מעגלים מסדר ראשון:

סיכום כללי:

פונקציית גרין:

$$v_{ZSR}(t) = \int_0^{\infty} G(t|t') \frac{1}{\tau} v_s(t') dt'$$

פתרון ZSR ניתן לכתיבה:

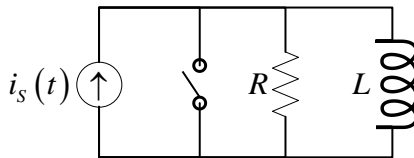
כאשר: $G(t|t') = \exp\left\{-\frac{t-t'}{\tau}\right\} u(t-t')$ כאשר $G(t|t')$ היא פונקציית גרין המהווה את תגובת המעגל לכניסת הלם.

מקרים פרטיים - מדרגה והלם:

הפרשנות של כניסת מדרגה היא מתח DC שמתחבר למעגל ע"י מפסק. כניסת הלם יכולה לקבל מספר פרשנויות חשמליות, החל מהפרעה חשמלית במעגל, ועד לכניסת רכבת הלמים שמטרתה לטעון רכיבים במעגל.

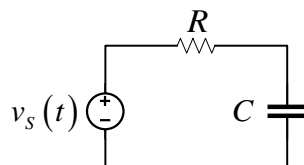
❖ **דוגמא – ניתוח מעגל עם כניסת מדרגה:**

נתון מעגל RL עם מקור זרם DC: $i_s(t) = I_0 u(t)$ ונרצה למצוא את $i_C(t)$. במעגל עצמו, נניח כי המפסק נפתח ב- $t = 0$ וזה מממש את פונקציית המדרגה עצמה.



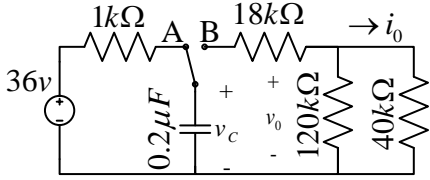
❖ **דוגמא – ניתוח מעגל עם כניסת הלם:**

נניח מעגל RC עם אות כניסה: $v_s(t) = \tau V_0 \delta(t)$. יש למצוא את $v_C(t)$. נניח כי אין בקבל אנרגיה, כלומר: $v_C(0^-) = 0$.



שאלות:

1 במעגל שלפניך כל הערכים מופיעים בסכמה החשמלית הבאה:
המפסק נמצא במצב A למשך הרבה זמן.



בזמן $t = 0$ מעבירים אותו למצב B באופן מיידי.

א. מצא את הביטוי הזמני $v_c(t)$ עבור $t \geq 0$.

ב. מצא את הביטוי הזמני $v_o(t)$ עבור $t \geq 0$.

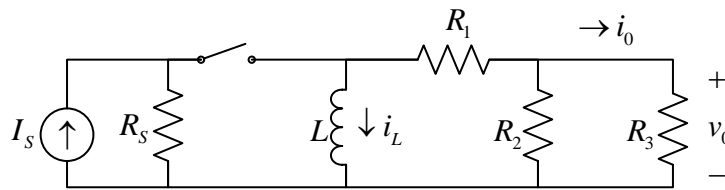
ג. מצא את הביטוי הזמני $i_o(t)$ עבור $t \geq 0$.

ד. חשב את האנרגיה הכוללת שהתפרקה על פני הנגד של $40k\Omega$.

2 במעגל שלפניך נתונים ערכי הרכיבים הבאים:

$$I_s = 20A, R_s = 0.1\Omega, L = 3.3H, R_1 = 2\Omega, R_2 = 5\Omega, R_3 = 20\Omega$$

המפסק היה סגור במשך הרבה זמן וברגע $t = 0$ פותחים אותו.



א. מצא ביטוי זמני ל- $i_L(t)$ עבור $t \geq 0$.

ב. מצא ביטוי זמני ל- $i_o(t)$ עבור $t \geq 0^+$.

ג. מצא ביטוי זמני ל- $v_o(t)$ עבור $t \geq 0^+$.

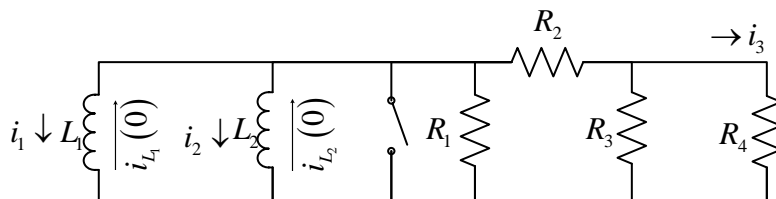
ד. מצא את האחוז מהאנרגיה הכללית שאגורה בסליל, אשר התפרקה על הנגד R_2 .

3 במעגל שלפניך נתונים ערכי הרכיבים הבאים:

$$L_1 = 4H, L_2 = 16H, R_1 = 10\Omega, R_2 = 20\Omega, R_3 = 40\Omega, R_4 = 40\Omega$$

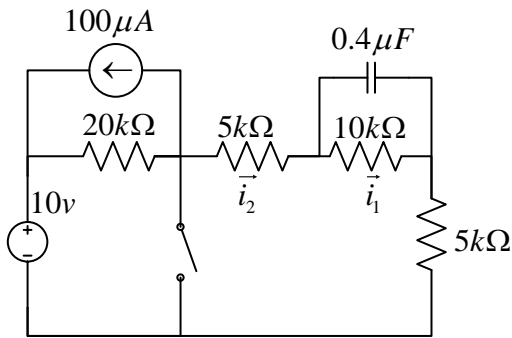
הסלילים L_1, L_2 נטענו מבעוד מועד וכעת מחזיקים את

הזרמים: $i_{L_1}(0) = 8A, i_{L_2}(0) = 6A$. פותחים את המפסק בזמן $t = 0$.

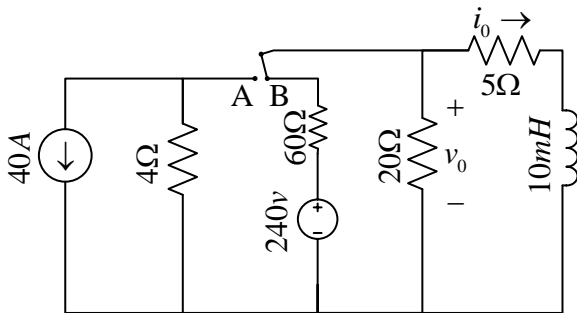


- א. מצא את ערכי הביטויים הזמניים של i_1, i_2, i_3 עבור: $t \geq 0$.
 ב. מהי האנרגיה ההתחלתית האגורה בשני הסלילים יחדיו?
 ג. כמה אנרגיה תהיה בסלילים כאשר $t \rightarrow \infty$?
 ד. הראה כי האנרגיה הכוללת שהועברה לרשת הנגדים שווה להפרש בין התוצאות של סעיפים ב' ו-ג'.

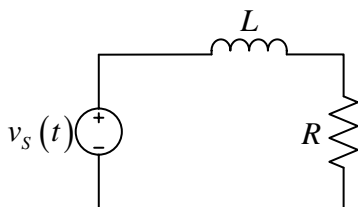
4 במעגל שלפניך נתונים הערכים המופיעים בתרשים. המפסק נסגר ברגע $t = 0$ לאחר שהיה פתוח במשך הרבה זמן.



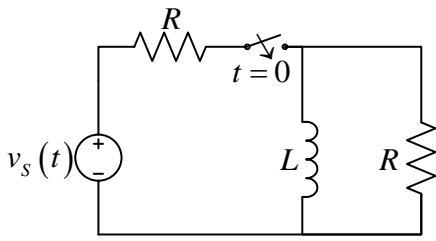
- א. מצא את $i_1(0^-)$ ואת $i_2(0^-)$.
 ב. מצא את $i_1(0^+)$ ואת $i_2(0^+)$.
 ג. הסבר מדוע $i_1(0^-) = i_1(0^+)$.
 ד. הסבר מדוע $i_2(0^-) \neq i_2(0^+)$.
 ה. מצא את $i_1(t)$ עבור: $t \geq 0$.
 ו. מצא את $i_2(t)$ עבור: $t \geq 0^+$.



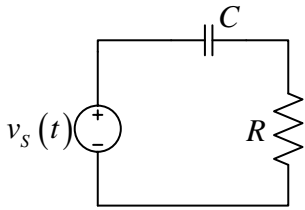
- 5 המפסק במעגל שלפניך היה במצב A למשך הרבה זמן. ברגע $t = 0$ העבירו אותו באופן מיידי למצב B. מצא ביטויים מספריים עבור $i_0(t)$ ל- $t \geq 0$ ועבור $v_0(t)$ ל- $t \geq 0^+$.



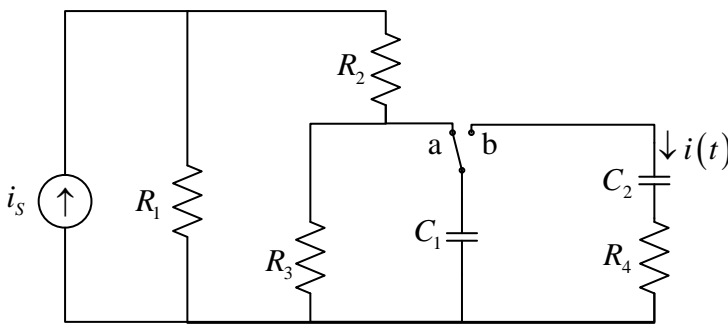
- 6 לפניך המעגל הבא ובו: $L = 6H, R = 3\Omega$. מקור המתח הוא: $v_s(t) = 40e^{-0.1t}u(t)$.
 א. כתוב משוואה דיפרנציאלית עבור הזרם במעגל.
 ב. מצא את האות $i(t)$ עבור תנאי ההתחלה הבאים:
 i. $i(0^+) = 0A$
 ii. $i(0^+) = 1A$



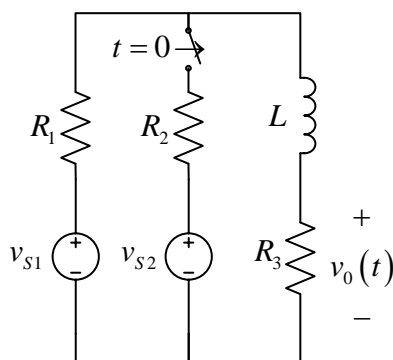
- 7) במעגל שלפניך המפסק פתוח למשך הרבה זמן. בזמן $t = 0$ סוגרים אותו. נתון: $R = 4\Omega$, $L = 1\text{H}$. מצא את $v_L(t)$ עבור $t \geq 0$ כאשר מקור המתח הוא $v_s(t) = 3u(t)$ והזרם בסליל רגע לפני סגירת המפסק הוא 200mA .



- 8) במעגל שלפניך מתח המקור הוא $v_s(t) = 30e^{-25t}u(t)$. בתחילה הקבל אינו טעון כלל. נתון: $R = 1.25\text{k}\Omega$, $C = 80\mu\text{F}$.
 א. מצא את אות הזרם במעגל, $i(t)$, עבור $t \geq 0$.
 ב. משנים את ערכי הרכיבים: $R = 2\text{k}\Omega$, $C = 20\mu\text{F}$. מתח המקור הוא: $v_s(t) = v_0 \cdot e^{-25t}u(t)$. מצא את v_0 המקסימלי אם ידוע כי הזרם המירבי בערכו המוחלט חייב להיות קטן מ- 2.7mA לכל $t \geq 0$.



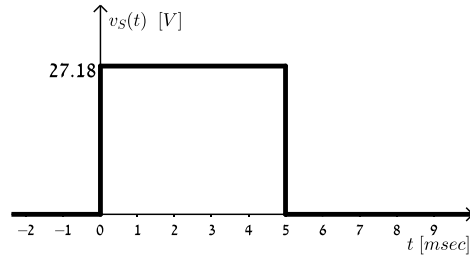
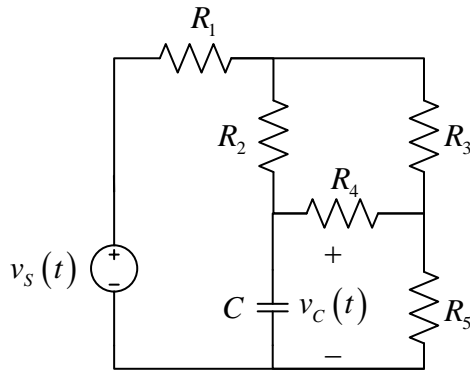
- 9) במעגל שלפניך המפסק נמצא במצב a למשך הרבה זמן. נתונים ערכי הרכיבים:
 $i_s = 3\text{A}$, $R_1 = 60\Omega$, $R_2 = 40\Omega$
 $R_3 = 80\Omega$, $R_4 = 2\text{k}\Omega$
 $C_1 = 20\mu\text{F}$, $C_2 = 30\mu\text{F}$
 בזמן $t = 0$ מעבירים את המפסק למצב b. תחת ההנחה כי הקבל C_2 אינו טעון כלל, מצא את הזרם $i(t)$.



- 10) במעגל שלפניך המפסק סגור במשך הרבה זמן וברגע $t = 0$ פותחים אותו. נתון: $v_{s1} = 8\text{V}$, $v_{s2} = 6\text{V}$, $R_1 = 1\text{k}\Omega$.
 $R_2 = 3\text{k}\Omega$, $R_3 = 3\text{k}\Omega$, $L = 1\text{H}$.
 מצא ביטוי ל- $v_0(t)$.
הערה: ניתן לנסח את שאלה זו באופן הבא: "הוכח כי $v_0(t)$ הוא גודל קבוע לכל $t \geq 0$ ומצא את ערכו".
 עיין בסרטון כדי לראות כיצד להוכיח זאת.

11 במעגל שלפניך מכניסים אות פולס כמתואר באיור הסמוך.
נתון: $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 4k\Omega$, $R_3 = 8k\Omega$, $R_4 = 28k\Omega$, $R_5 = 35k\Omega$, $C = 31\mu F$.

מצא את אות המתח $v_C(t)$.



12 לפניך המעגל הבא ובו נתון: $R_1 = 2R_2 = 2R$, $C_1 = 2C_2 = 2C$.

כמו כן: $v_{C_2}(0^-) = V_0$ ו- $v_{C_1}(0^-) = 0V$.

א. כתוב, כתלות בפרמטרי השאלה, משוואה דיפרנציאלית מתאימה עבור אות המתח על פני הקבל C_2 , $v_{C_2}(t)$. (אין צורך לפתור את המשוואה).

ב. מצא את אות המתח על פני הקבל C_2 , $v_{C_2}(t)$, לכל t ,

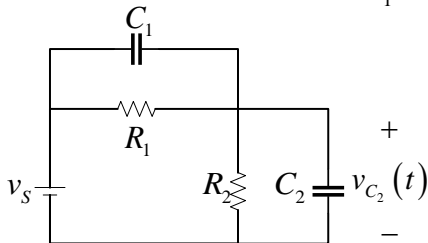
עבור אות כניסה: $v_s(t) = r(t) = tu(t)$.

ג. מצא את אות המתח על פני הקבל C_2 , $v_{C_2}(t)$, לכל t ,

עבור אות כניסה: $v_s(t) = u(t)$.

ד. מצא את אות המתח על פני הקבל C_2 , $v_{C_2}(t)$, לכל t ,

עבור אות הכניסה הבא: $v_s(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 10 - 2t & 0 \leq t \leq 4 \\ 2 & t \geq 4 \end{cases}$



תשובות סופיות:

$$v_0(t) = 22.5e^{-104\frac{1}{6}t} [\text{V}] \quad t \geq 0 \quad \text{ב.} \quad v_c(t) = 36e^{-104\frac{1}{6}t} [\text{V}] \quad t \geq 0 \quad \text{א.} \quad (1)$$

$$E = 60.75\mu\text{J} \quad \text{ד.} \quad i_0(t) = 562.5e^{-104\frac{1}{6}t} [\mu\text{A}] \quad t \geq 0 \quad \text{ג.}$$

$$i_0(t) = -4e^{-\frac{20}{11}t} [\text{A}] \quad t \geq 0^+ \quad \text{ב.} \quad i_L(t) = 20e^{-\frac{20}{11}t} [\text{A}] \quad t \geq 0 \quad \text{א.} \quad (2)$$

$$53\frac{1}{3}\% \quad \text{ד.} \quad v_0(t) = -80e^{-\frac{20}{11}t} [\text{V}] \quad t \geq 0^+ \quad \text{ג.}$$

$$, i_2(t) = -3.2 - 2.8e^{-2.5t} [\text{A}] \quad t \geq 0, \quad i_1(t) = 3.2 - 11e^{-2.5t} [\text{A}] \quad t \geq 0 \quad \text{א.} \quad (3)$$

$$E = 416\text{J} \quad \text{ב.} \quad i_3(t) = 1.4e^{-2.5t} [\text{A}] \quad t \geq 0$$

$$E(t \rightarrow \infty) = 102.4\text{J} \quad \text{ג.}$$

$$i_1(0^+) = -i_2(0^+) = 0.2\text{mA} \quad \text{ב.} \quad i_1(0^-) = i_2(0^-) = 0.2\text{mA} \quad \text{א.} \quad (4)$$

ג. הקבל רציף לעניין מתח: $v_c(0^+) = v_c(0^-)$.

היות והזרם i_1 מאולץ ע"י ממתח הקבל הרי שמתקיים: $i_1(0^-) = i_1(0^+)$.

ד. פעולת המיתוג על רשת נגדים גוררת שינוי מיידי בכיוון הזרם ברשת.

לכן: $i_2(0^-) = -i_2(0^+)$.

$$i_2(t) = -0.2e^{-500t} [\text{mA}] \quad t \geq 0 \quad \text{ו.} \quad i_1(t) = 0.2e^{-500t} [\text{mA}] \quad t \geq 0 \quad \text{ה.}$$

$$. v_0(t) = 15 + 285e^{-2000t} [\text{V}] \quad t \geq 0, \quad i_0(t) = 3 - 19e^{-2000t} [\text{A}] \quad t \geq 0 \quad (5)$$

$$i(t) = 16\frac{2}{3}[e^{-0.1t} - e^{-2t}]u(t) \quad \text{ב.} \quad \text{א.} \quad \frac{di}{dt} + \frac{1}{2}i = 6\frac{2}{3}e^{-0.1t}u(t) \quad (6)$$

$$. i(t) = \left[17\frac{2}{3}e^{-0.1t} - 16\frac{2}{3}e^{-2t} \right] u(t) \quad \text{ב.} \quad \text{ii.}$$

$$. v_L(t) = (-0.4e^{-2t} + 1.5e^{-2t})u(t) \quad (7)$$

$$. v_0 = 40\text{V} \quad \text{ב.} \quad i(t) = 4[5e^{-25t} - 2e^{-10t}]u(t) [\text{mA}] \quad \text{א.} \quad (8)$$

$$. i(t) = 40e^{\frac{41}{3}t}u(t) \quad (9)$$

$$. v_0(t) = 6\text{V} \quad (10)$$

$$. v_c(t) = 21(1 - e^{-5.95t})u(t) - 21(1 - e^{-5.95(t-5m)})u(t-5m) [\text{V}] \quad (11)$$

$$\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} + \frac{1}{2RC}v_{C_2} = \frac{1}{6RC}v_s + \frac{2}{3}\frac{dv_s(t)}{dt} \quad \text{א. (12)}$$

$$\frac{dv_{C_2}(t)}{dt} + \frac{1}{\tau}v_{C_2} = Av_s + B\frac{dv_s(t)}{dt} \quad \text{ונקבל: } \tau = 2RC ; A = \frac{1}{6RC} ; B = \frac{2}{3} \quad \text{נסמן:}$$

$$v_{C_2}(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} + \frac{1}{3}\left[(2RC)\left(\exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}-1\right)+t\right]u(t) \quad \text{ב.}$$

$$v_{C_2}(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} + \frac{1}{3}\left(1-\exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}\right)u(t) \quad \text{ג.}$$

$$v_{C_2}(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} + v_{C_2,ZSR}(t) \quad \text{ד. כאשר:}$$

$$\begin{aligned} v_{C_2,ZSR}(t) = & 10 \cdot \frac{1}{3} \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}\right) \\ & - 2 \cdot \frac{1}{3} \left[(2RC)\left(\exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}-1\right)+t\right]u(t) \\ & + 2 \cdot \frac{1}{3} \left[(2RC)\left(\exp\left\{-\frac{t-4}{\tau}\right\}-1\right)+t-4\right]u(t-4) \end{aligned}$$

תוכן העניינים:

2	מעגלים מסדר שני
2	פתרון של משוואות דיפרנציאליות מסדר שני:
2	סיכום כללי:
8	שאלות:
10	תשובות סופיות:
11	ניתוח מעגלים מסדר שני:
11	סיכום כללי:
13	שאלות:
18	תשובות סופיות:

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 8

מעגלים מסדר שני

פתרון של משוואות דיפרנציאליות מסדר שני:

סיכום כללי:

הקדמה:

אנו נעסוק במשוואות עבור אותות מתח וזרם מהצורה:

- עבור אות מתח. $\frac{d^2 v(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot v(t) = f(t)$

- עבור אות זרם. $\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{di(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot i(t) = f(t)$

יחידות המקדמים הן: $[\alpha] = [\omega_0] = \frac{rad}{sec}$

תנאי התחלה של מד"ר מסדר שני:

- עבור אות מתח: $v(0^+) = V_0$ [V] ; $\frac{dv(0^+)}{dt} = V_0'$ $\left[\frac{V}{sec} \right]$

- עבור אות זרם: $i(0^+) = I_0$ [A] ; $\frac{di(0^+)}{dt} = I_0'$ $\left[\frac{A}{sec} \right]$

משוואה הומוגנית - צורה ודרך פתרון:

פתרון משוואה מהצורה:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = 0 \\ y(0) = Y_0 \\ \frac{dy(0)}{dt} = Y_0' \end{cases}$$

הפולינום האופייני: $\lambda^2 + 2\alpha \cdot \lambda + \omega_0^2 = 0$

הערה:

במקומות רבים מקובל לסמן S במקום λ . לכן עבור לימודי חשמל, נתייחס לשורשי הפולינום האופייני בתור $S_{1,2}$, אך המשמעות זהה ל- $\lambda_{1,2}$ הידוע מלימודי המתמטיקה.

שורשי הפולינום האופייני, $S_{1,2}$, הם: $S_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$.

נגדיר: $\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \alpha_d$ ונכתוב: $S_{1,2} = -\alpha \pm \alpha_d$.

הפתרון בצורתו הכללית ביותר: $y(t) = \frac{e^{-\alpha t}}{\alpha_d} ((\alpha Y_0 + Y_0') \sinh(\alpha_d t) + \alpha_d Y_0 \cosh(\alpha_d t))$.

מקרה ראשון - ריסון יתר (Over Dumped):

כאן מתקיים: $\alpha > \omega_0$ ולכן α_d ממשי ויש לנו שני פתרונות ממשיים שליליים $S_{1,2}$.

כשנפשט את הביטוי שקיבלנו, הפתרון ההומוגני ייראה: $y_h(t) = Ae^{-S_1 t} + Be^{-S_2 t}$.

מקרה שני – ריסון קריטי (Critical Dumped):

כאן מתקיים: $\alpha = \omega_0$ ולכן $\alpha_d = 0$ ממשי ויש לנו פתרון אחד (כפול) $S_1 = S_2 = S = -\alpha$.

כשנפשט את הביטוי שקיבלנו, הפתרון ההומוגני ייראה: $y_h(t) = Ae^{-St} + Bte^{-St} = e^{-St} (A + Bt)$.

מקרה שלישי – תת ריסון (Under Dumped):

כאן מתקיים: $\alpha < \omega_0$ ולכן α_d הוא מספר מדומה.

נסמן: $\alpha_d = j\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \triangleq j\omega_d$ כאשר ω_d נקרא Damped Radian Frequency.

שורשי הפולינום האופייני, $S_{1,2}$, הם: $S_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$.

הפתרון ההומוגני ייראה: $y_h(t) = e^{-\alpha t} (A \cos(\omega_d t) + B \sin(\omega_d t))$.

סיכום שלבי הפתרון של משוואה דיפרנציאלית הומוגנית מסדר שני :

בהינתן המשוואה הבאה :

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = 0 \\ y(0) = Y_0 \\ \frac{dy(0)}{dt} = Y_0' \end{cases}$$

נמצא את הפתרון לפי השלבים הבאים :

- (1) כתיבת הפ"א ומציאת שורשיו.
- (2) כתיבת פתרון הומוגני לפי סוג הריסון.
- (3) הצבת תנאי ההתחלה בפתרון ההומוגני ובנגזרת הפתרון ההומוגני למציאת ערכי המקדמים.
- (4) כתיבת הפתרון הסופי.

❖ דוגמא – פתרון משוואה הומוגנית:

פתור את המשוואה הבאה : $\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{di(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot i(t) = 0$ עבור $i(0^-) = -1A$ ו- $\frac{di(0^-)}{dt} = 2 \frac{A}{sec}$ כאשר : $\omega_0 = \sqrt{13} \frac{rad}{sec}$; $\alpha = 2 \frac{rad}{sec}$.

משוואה לא הומוגנית - צורה ודרך פתרון:

משוואה מסדר שני מהצורה הבאה נקראת משוואה לא הומוגנית :

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = f(t) \\ y(0^+) = Y_0 \\ \frac{dy(0^+)}{dt} = Y_0' \end{cases}$$

פתרון המשוואה יורכב מפתרון פרטי ופתרון הומוגני : $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$.
כאשר את הפתרון ההומוגני ראינו כיצד למצוא.

ננחש פתרון פרטי לפי הכללים הבאים :

ניחוש פתרון - $y_p(t)$	אגף ימין - $f(t)$
$Q_n(t)$	$P_n(t), n \in \mathbb{Z}^+$
$A \exp(-\alpha t)$	$\exp(-\alpha t), \alpha > 0$
$(At + B) \exp(-\alpha t)$	$t \exp(-\alpha t), \alpha > 0$
$A \sin(\omega_0 t) + B \cos(\omega_0 t)$	$\cos(\omega_0 t)$ או $\sin(\omega_0 t)$

שלבים למציאת הפתרון הפרטי וכתובת הפתרון המלא :

- (1) גוזרים את הפתרון הפרטי כדי לקבל את הביטויים עבור: $y_p(t), y_p'(t), y_p''(t)$ ומציבים אותם במשוואה כדי למצוא את ערכי המקדמים.
- (2) כותבים פתרון מלא (הומוגני + פרטי) כאשר לחלק ההומוגני יש 2 פרמטרים **חדשים!**
- (3) מציבים בפתרון המלא את תנאי ההתחלה כדי למצוא את ערכי הפרמטרים של החלק ההומוגני. (הצבה של תנאי ההתחלה של הפונקציה ישירות, וגזירה של הפתרון המלא לקבלת $\frac{dy}{dt}$ כדי להציב בו את תנאי ההתחלה השני).
- (4) כותבים את הפתרון המלא: $y(t) = y_h(t) + y_p(t)$.

פתרון משוואה לפי ZIR ו-ZSR:

גם במשוואות מסדר שני, נפתור משוואות ע"י חלוקתן ל-ZIR ול-ZSR. בהינתן המשוואה:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = f(t) \\ y(0^+) = Y_0 \\ \frac{dy(0^+)}{dt} = Y_0' \end{cases}$$

נחלק את הפתרון באופן הבא :

$y_{ZIR}(t)$:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = 0 \\ y(0^+) = Y_0 \\ \frac{dy(0^+)}{dt} = Y_0' \end{cases}$$

$$\boxed{y_{ZIR}(t) = y_h(t)}$$

$y_{ZSR}(t)$:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = f(t) \\ y(0^+) = 0 \\ \frac{dy(0^+)}{dt} = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{y_{ZSR}(t) = y_h(t) + y_p(t)}$$

כאשר : $y(t) = y_{ZIR}(t) + y_{ZSR}(t)$

הערות:

יש לזכור את העקרונות הבאים :

- (1) עקרון חיבור של פתרונות ZSR.
- (2) עקרון איזון הלמים.
- (3) עקרון ליניאריות והזזה בזמן של מערכות LTI :
אם הפתרון $v_{ZSR}(t)$ מתקבל עבור עירור כניסה $f(t)$ אז :
 - א. $Av_{ZSR}(t)$ הוא הפתרון של מד"ר עבור כניסה של $Af(t)$.
 - ב. $\frac{dv_{ZSR}(t)}{dt}$ הוא הפתרון של מד"ר עבור כניסה של $\frac{df(t)}{dt}$.
 - ג. $\int_{-\infty}^t v_{ZSR}(x) dx$ הוא פתרון של מד"ר עבור כניסה של $\int_{-\infty}^t f(x) dx$.
 - ד. $v_{ZSR}(t - T_0)$ הוא פתרון של מד"ר עבור כניסה של $f(t - T_0)$.

איזון הלמים במשוואה מסדר שני:

פתרון ZSR של משוואה מסדר שני עם כניסת הלם יתורגם בצורה הבאה:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = C \cdot \delta(t) \\ y(0^-) = 0 \\ \frac{dy(0^-)}{dt} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot y(t) = 0 \\ y(0^+) = 0 \\ \frac{dy(0^+)}{dt} = C \end{array} \right.$$

מכאן שהפתרון יהיה הפתרון ההומוגני בלבד.

❖ דוגמא מסכמת:

פתור את המשוואה הבאה עבור $\alpha = \omega_0 = 12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 v(t)}{dt^2} + 2\alpha \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot v(t) = \tau^2 V_0 \delta(t) + 2V_0 \cdot \tau \cdot (t-1) e^{1-t} u(t-1) \\ v(0^-) = 0 \text{ V} \\ \frac{dv(0^-)}{dt} = 2 \frac{\text{V}}{\text{sec}} \end{array} \right.$$

שאלות:

(1) נתונה המד"ר הבאה: $i'' + 2\alpha \cdot i' + \omega_0^2 \cdot i = 0$ כאשר $\alpha = 2.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

תנאי ההתחלה הם: $i(0^-) = 2\text{A}$, $i'(0^-) = 1 \frac{\text{A}}{\text{sec}}$

א. האם יש למשוואה פתרונות ZIR ו-ZSR? אם כן מצא אותם.

ב. מצא את $i(t)$.

(2) נתונה המד"ר הבאה: $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = 0$

א. מצא את $v(t)$ עבור: $\alpha = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \sqrt{10} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

ו- $v(0^-) = 35\text{mV}$, $\frac{dv}{dt}(0^-) = -120 \frac{\text{V}}{\text{sec}}$

ב. מצא את $v(t)$ עבור: $\alpha = \omega_0 = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

ו- $v(0^-) = 35\text{mV}$, $\frac{dv}{dt}(0^-) = -120 \frac{\text{V}}{\text{sec}}$

(3) מצא את הפתרון של המד"ר הבאה: $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = e^{-3t} u(t)$

אם ידועים: $\alpha = 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \sqrt{5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- $\frac{dv}{dt}(0^-) = 10 \frac{\text{V}}{\text{sec}}$, $v(0^-) = 1\text{V}$

(4) חזור על שאלה 3 עם: $\alpha = \sqrt{6} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = 2.5 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

(5) נתונה המד"ר הבאה: $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = 3\delta(t) - e^{-4t} u(t) + \cos(2t) u(t)$

כמו כן: $\alpha = 2 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \sqrt{3} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- $\frac{dv}{dt}(0^-) = 65 \frac{\text{V}}{\text{sec}}$, $v(0^-) = 1\text{V}$

א. מצא את תנאי ההתחלה עבור $t = 0^+$, כלומר: $v(0^+)$, $\frac{dv}{dt}(0^+)$

ב. מצא את $v_{ZIR}(t)$, את $v_{ZSR}(t)$

ג. מצא את $v(t)$

(6) נתונה המד"ר הבאה : $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = 3(u(t) - u(t-10))$

נתון כי : $\omega_0 = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\alpha = 6 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, וכן : $\frac{dv}{dt}(0^-) = -70 \frac{\text{V}}{\text{sec}}$, $v(0^-) = 2.4\text{V}$

היעזר בתכונות הליניאריות של פתרון ZSR ומצא את $v(t)$.

(7) נתונה המד"ר הבאה : $\frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = f(t)$ כאשר : $f(t) = \sum_{k=0}^N u(t-k)$

נתון כי : $\omega_0 = \alpha = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, וכן : $\frac{dv}{dt}(0^-) = -7 \frac{\text{V}}{\text{sec}}$, $v(0^-) = 1\text{V}$

היעזר בתכונות הליניאריות של פתרון ZSR ומצא את $v(t)$ כתלות ב- N .

(8) נתונה המד"ר הבאה : $\frac{d^2i}{dt^2} + 2\alpha \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = f(t)$ כאשר : $f(t) = \sum_{k=0}^N \delta(t-k)$

נתון כי : $\omega_0 = \alpha = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, וכן : $\frac{di}{dt}(0^-) = -7 \frac{\text{A}}{\text{sec}}$, $i(0^-) = 1\text{A}$

היעזר בתכונות הליניאריות של פתרון ZSR ומצא את $i(t)$ כתלות ב- N .

תשובות סופיות:

$$i(t) = i_{ZIR}(t) = (-e^{-4t} + 3e^{-t})u(t) : \text{ZIR} \quad \text{א. ב. יש למשוואה רק פתרון ZIR} \quad \text{1}$$

$$v(t) = e^{-t} (35m \cos 3t - 39.98 \sin 3t)u(t) \quad \text{א.} \quad \text{2}$$

$$v(t) = e^{-t} (35m - 119.96t)u(t) \quad \text{ב.} \quad \text{3}$$

$$v(t) = \left(-2\frac{5}{8}e^{-5t} + 3\frac{7}{8}e^{-t} - \frac{1}{4}e^{-3t} \right)u(t) \quad \text{3}$$

$$v(t) = \left[e^{\sqrt{6}t} \left(-0.8 \cos \frac{1}{2}t + 26.8 \sin \frac{1}{2}t \right) + 1.8e^{-3t} \right]u(t) \quad \text{4}$$

$$v_{ZIR}(t) = [35.5e^{-t} - 34.5e^{-3t}]u(t) \quad \text{ב.} \quad v(0^+) = 1V, \quad v'(0^+) = 68 \frac{V}{\text{sec}} \quad \text{א.} \quad \text{5}$$

$$v_{ZSR}(t) = \left[\frac{37}{30}e^{-t} - \frac{23}{26}e^{-3t} - \frac{1}{3}e^{-4} + \frac{1}{65}(8 \sin 2t - \cos 2t) \right]u(t)$$

$$v(t) = \left[36\frac{11}{15}e^{-t} - 35\frac{5}{13}e^{-3t} - \frac{1}{3}e^{-4} + \frac{1}{65}(8 \sin 2t - \cos 2t) \right]u(t) \quad \text{ג.}$$

$$v(t) = \left[e^{-6t} (2.37 \cos 8t - 6.92 \sin 8t) + 0.03 \right]u(t) \quad \text{6}$$

$$- 3m \left[e^{-6(t-10)} (7.5 \sin (8(t-10)) - 10 \cos (8(t-10))) + 10 \right]u(t-10)$$

$$v(t) = e^{-10t} (1 + 3t)u(t) + \sum_{k=0}^N \left(-e^{-10(t-k)} [0.01 + 0.1(t-k)] + 0.01 \right)u(t-k) \quad \text{7}$$

$$i(t) = e^{-10t} (1 + 3t)u(t) + \sum_{k=0}^N (t-k)e^{-10(t-k)}u(t-k) \quad \text{8}$$

ניתוח מעגלים מסדר שני:

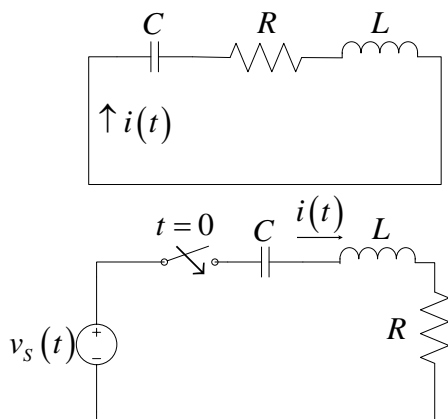
סיכום כללי:

סוגי מעגלים מסדר שני:

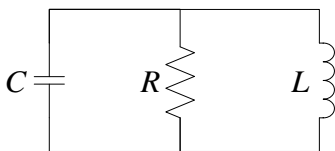
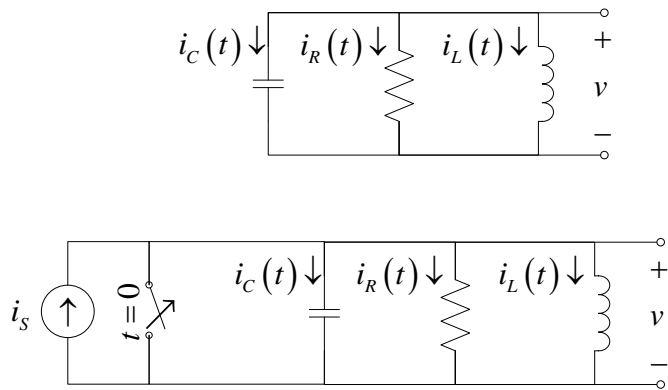
ניתן לחלק את מעגלים מסדר שני לשני סוגים:

- 1) מעגל RLC טורי - בו הקבל והסליל נמצאים בטור זה עם זה.
- 2) מעגל RLC מקבילי - בו הקבל והסליל נמצאים בענפים המקבילים זה לזה.

מעגל RLC טורי



מעגל RLC מקבילי



❖ דוגמא - ניתוח מעגל ללא עירור:

לפניך מעגל RLC מקבילי יסודי ללא עירור חיצוני.

ידוע כי: $i_L(t=0) = I_0$, $v_C(t=0) = V_0$.

א. כתוב משוואה מתאימה עבור $i_L(t)$ לכל t והבע את α ואת ω_0 באמצעות רכיבי המעגל.

ב. מה יהיה פתרון המשוואה כאשר $R \rightarrow \infty$?

ג. כעת נניח כי R הוא בעל ערך סופי.

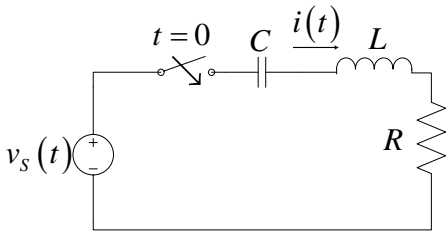
כתוב תנאים עבורם:

i. ריסון יתר - $\alpha > \omega_0$.

ii. ריסון קריטי - $\alpha = \omega_0$.

iii. תת-ריסון - $\alpha < \omega_0$ (הגדר את ω_d במקרה זה).

ד. מצא את $i_L(t)$ עבור תת ריסון.



❖ דוגמא - ניתוח מעגל עם עירור חיצוני:

לפניך מעגל RLC טורי יסודי הכולל עירור חיצוני

של: $v_s(t) = \frac{V_0 \tau^2}{2} \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} u(t)$

(בזמן $t=0$ סוגרים את המפסק) וידוע כי:

$i(t=0^-) = 1A, v_L(t=0^-) = 2V$

א. כתוב משוואה מתאימה עבור $i(t)$ לכל t והבע את α ואת ω_0

באמצעות רכיבי המעגל.

ב. מצא את $i(t)$ עבור הערכים הבאים: $R = 3.5\Omega, L = 0.5H, C = 0.2F$.

נתון בנוסף: $V_0 = 16V, \tau = 1sec$.

סיכום מקדמים של מעגלים:

- במעגל RLC טורי קיבלנו: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \alpha = \frac{R}{2L}$
- במעגל RLC מקבילי קיבלנו: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \alpha = \frac{1}{2RC}$

גורם האיכות:

גודל חסר יחידות המתאר את היחס שבין האוסילציות של אות המוצא ומעטפת

הדעיכה המעריכית שלה ומוגדר באופן הבא: $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha}$

• במעגל RLC מקבילי נקבל: $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{RC}{\sqrt{LC}} = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

• במעגל RLC טורי נקבל: $Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{L}{R\sqrt{LC}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

גורם האיכות מחלק את סוגי פתרונות המעגל באופן הבא:

(1) בריסון יתר מתקיים $\alpha > \omega_0$ ולכן: $Q < \frac{1}{2}$

(2) בריסון קריטי מתקיים $\alpha = \omega_0$ ולכן: $Q = \frac{1}{2}$

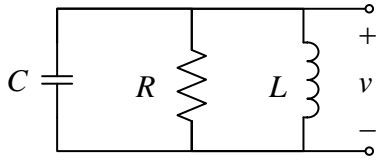
(3) בתת ריסון מתקיים $\alpha < \omega_0$ ולכן: $Q > \frac{1}{2}$

שאלות:

1) לפניך המעגל RLC המקבילי הבא ובו:

$$R = 200\Omega, L = 50\text{mH}, C = 0.2\mu\text{F}$$

ענה על השאלות הבאות:



א. מצא את שורשי המשוואה האופיינית של המעגל.

ב. מהו סוג הריסון של המעגל?

ג. חזור על סעיפים א' ו-ב' עם: $R = 312.5\Omega$.

ד. מצא עבור איזה ערך של R המעגל ימצא בריסון קריטי.

2) לפניך המעגל RLC המקבילי הבא ובו נתון

כי קיבול הקבל הוא: $0.05\mu\text{F}$ והמתח ההתחלתי

עליו הוא 20V . כמו כן הזרם ההתחלתי בסליל

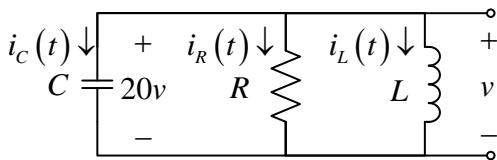
הוא אפס ואות המתח עבור $t \geq 0$ הוא:

$$v(t) = -5e^{-5000t} + 20e^{-20000t} [\text{V}]$$

ענה על השאלות הבאות:

א. מצא את הערכים של R, L, α ו- ω_0 .

ב. חשב את האותות: $i_R(t), i_L(t)$ ו- $i_C(t)$ עבור $t \geq 0^+$.



3) התגובה הטבעית של המעגל המתואר היא:

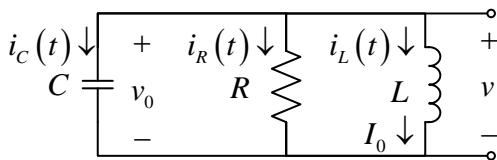
$$v(t) = 150e^{-8000t} (\cos 6000t - 2 \sin 6000t) [\text{V}], t \geq 0$$

ערך קיבול הקבל הוא $0.05\mu\text{F}$.

מצא את השראות הסליל, L , התנגדות הנגד, R ,

המתח ההתחלתי, v_0 , הזרם ההתחלתי בסליל, I_0 ,

ואות הזרם בסליל $i_L(t)$ עבור $t \geq 0^+$.



4) המתח ההתחלתי במעגל המתואר בסמוך הוא אפס. דרך הקבל ישנו זרם התחלתי

$$i_C(0^+) = 15\text{mA}. i_C(t) = A_1 e^{-160t} + A_2 e^{-40t} [\text{A}], t \geq 0^+$$

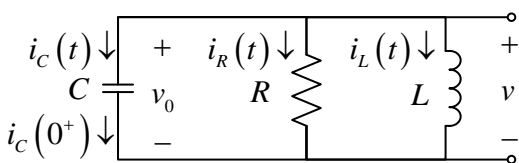
ערך הנגד הוא 200Ω .

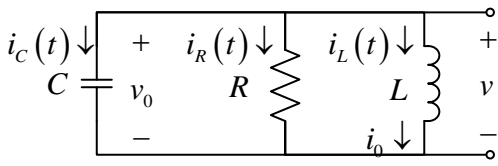
א. מצא את $\alpha, \omega_0, L, C, A_1$ ו- A_2 .

ב. מצא את האות $v(t)$ עבור $t \geq 0$.

ג. מצא את האות $i_R(t)$ עבור $t \geq 0$.

ד. מצא את האות $i_L(t)$ עבור $t \geq 0$.





5 הנתונים עבור המעגל שלפניך הם:

$$R = 5\Omega, L = 1H, C = 0.1F$$

$$v_0 = 0V, i_0 = -5A$$

א. כתוב את הביטוי של $v(t)$ עבור $t \geq 0$.

ב. מצא את שלושת הערכים הראשונים המקיימים: $\frac{dv}{dt} = 0$.

סמן את ערכים אלו ב- t_1, t_2, t_3 .

ג. הראה כי:

$$i. t_3 - t_1 = T_d$$

$$ii. t_2 - t_1 = 0.5T_d$$

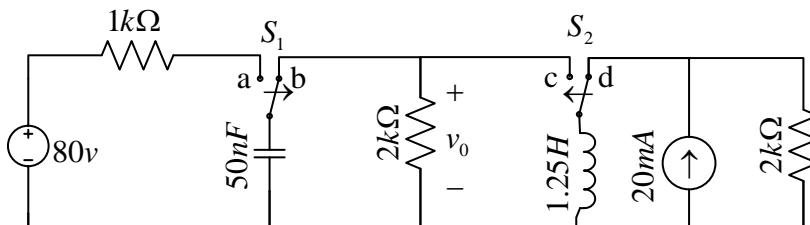
ד. חשב את: $v(t_k)$ לכל $k = 1, 2, 3$.

ה. צייר את הגרף של $v(t)$ בתחום $0 \leq t \leq t_2$.

ו. כעת מסירים את הנגד R מהמעגל.

מצא את $v(t)$, את התדר שלו ואת האמפליטודה שלו.

6 במעגל שלפניך ישנם שני מפסקים אשר מסונכרנים יחדיו באופן הבא: כאשר מפסק 1 במצב a, המפסק השני במצב d, וכאשר מפסק 1 עובר למצב b, מפסק 2 עובר למצב c. מניחים כי מפסק 1 היה במצב a במשך הרבה זמן. ברגע $t = 0$ מעבירים אותו למצב b.



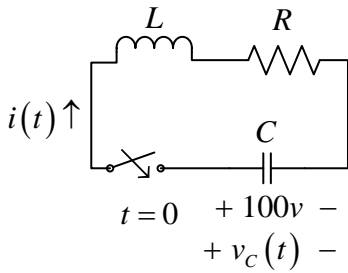
א. כתוב את $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$.

ב. משנים את ערכי הנגד והסליל ל- $R = 2.5k\Omega, L = 0.8H$.

כתוב את $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$.

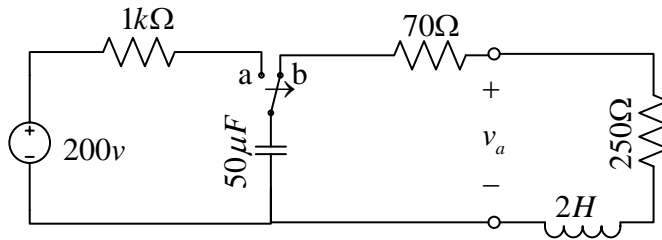
ג. משנים את ערכי הנגד והסליל ל- $R = 1k\Omega, L = 0.2H$.

כתוב את $v_0(t)$ עבור $t \geq 0$.



- (7) במעגל שלפניך סוגרים את המפסק ב- $t = 0$.
 ידוע: $R = 560\Omega$, $C = 0.1\mu F$, $L = 0.1H$.
 המתח האגור בקבל הוא: $v_c(0^-) = 100V$.
 מצא את $v_c(t)$ ואת $i(t)$ עבור $t \geq 0$.

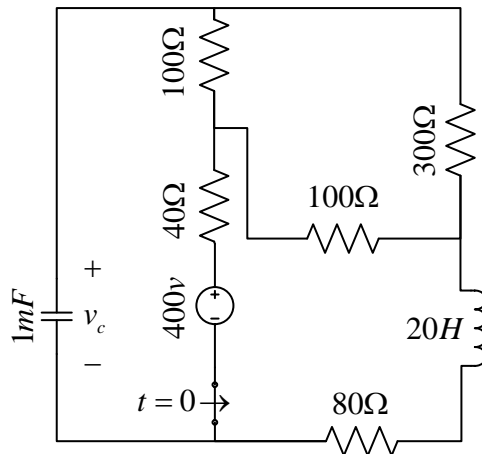
- (8) המפסק במעגל הבא נמצא בנקודה a במשך הרבה זמן. בזמן $t = 0$ מעבירים אותו למצב b כמתואר באיור:

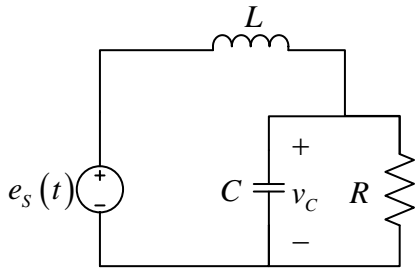


- א. מהם הערכים ההתחלתיים של v_a ושל $\frac{dv_a}{dt}$?

- ב. מצא את $v_a(t)$ עבור $t \geq 0$.

- (9) במעגל שלפניך מחזיקים את מפסק סגור במשך הרבה זמן וברגע $t = 0$ פותחים אותו. כל הערכים כתובים בסרטוט. מצא את $v_c(t)$ עבור $t \geq 0$.





10) לפניך המעגל הבא :

$$\text{נתון כי: } \omega_0 = \sqrt{5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \text{ ו- } \alpha = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

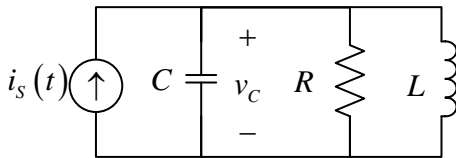
מקור הכניסה $e_s(t)$ הוא מקור מתח אשר יכול לקבל צורות פולס שונות. הנח כי אין אנרגיה התחלתית אגורה ברכיבים.

א. כתוב את המשוואה הדיפרנציאלית המתארת

את הקשר שבין מתח הכניסה $e_s(t)$ למתח המוצא הרצוי $v_C(t)$.

ב. מצא את תגובת $v_C(t)$ כאשר מקור הכניסה הוא מדרגה, ז"א: $e_s(t) = u(t)$.

ג. מצא את תגובת $v_C(t)$ כאשר מקור הכניסה הוא רמפה, ז"א: $e_s(t) = tu(t)$.



11) במעגל שלפניך נתונים הערכים הבאים :

$$\omega_0 = 20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, Q = \frac{1}{2}, R = 25 \text{ k}\Omega$$

מקור הזרם הוא: $i_s(t) = \cos(3t)u(t)$

א. כתוב משוואה דיפרנציאלית המקשרת בין

המתח בקבל $v_C(t)$ לבין זרם המקור $i_s(t)$.

ב. מניחים את תנאי ההתחלה הבאים: $i_L(0^-) = i_0$ ו- $v_C(0^-) = v_0$.

כתוב את פתרון ZIR של המד"ר מסעיף א' (הבע באמצעות v_0, i_0).

ג. מצא את פתרון ZSR של המד"ר מסעיף א' והסבר מה היה משתנה בפתרון זה

אם במקום $i_s(t) = \cos(3t)u(t)$ היה העירור $i_s(t) = \sin(3t)u(t)$.

ד. מצא ערכים v_0, i_0 עבורם לא יהיו גורמים דועכים בתגובה $v_C(t)$.

12) בשאלה זו נתרגל את תכונות הליניאריות של פתרון ZSR.

נתון מעגל כלשהו מסדר שני שבו כל הרכיבים הם ליניאריים וקבועים בזמן.

- ידוע כי עבור כניסת עירור: $i_1(t) = \cos(4t)u(t)$

מתקבלת תגובת ZSR של המוצא: $v_1(t) = [e^{-t} + 3e^{-4t} + \cos(4t + 45^\circ)]u(t)$

- כמו כן עבור עירור של $i_2(t) = 5 \cos(4t)u(t)$ מתקבלת התגובה המלאה

הבאה של המעגל: $v_2(t) = [e^{-t} + 6e^{-4t} + 4 \cos(4t + 45^\circ)]u(t)$

מצא את תגובת המעגל המלאה $v_3(t)$ עבור עירור של $i_3(t) = 8 \cos(4t)u(t)$

13 במעגל RLC מקבילי שבו כל הרכיבים עם ליניאריים וקבועים בזמן ידוע כי

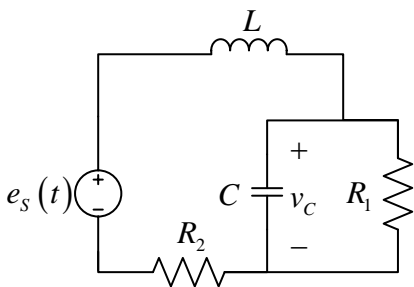
עבור עירור של $i_1(t) = \sin(t)u(t)$ מתקבלת התגובה המלאה הבאה :

$$i_2(t) = 3 \sin(t)u(t) \text{ ועבור עירור של } v_1(t) = \left[e^{-2t} + e^{-3t} + \frac{1}{2} \cos(t) \right] u(t)$$

$$v_2(t) = \left[3e^{-2t} + \frac{1}{3}e^{-3t} + \frac{1}{5} \cos(t) \right] u(t) \text{ : מתקבלת תגובת ZSR הבאה :}$$

א. מצא את תגובת המעגל המלאה לעירור : $i_4(t) = \cos(t)u(t)$.

ב. מצא את תגובת המעגל המלאה לעירור : $i_5(t) = \cos(t-2)u(t-2)$.



14 לפניך המעגל הבא :

מתח המקור מסומן ב- $e_s(t)$ ותגובת המעגל

נמדדת על פני הקבל ומסומנת $v_C(t)$.

נתוני הרכיבים הם :

$$R_1 = 4k\Omega, R_2 = 1k\Omega, L = 1kH, C = 0.25mF$$

א. חשב את תגובת המעגל לכניסת הלם, $h(t)$.

ב. חשב את התגובה המלאה להלם תחת תנאי ההתחלה

$$\text{הבאים : } i_L(0^+) = 1mA \text{ ו- } v_C(0) = 2V$$

תשובות סופיות:

א. $S_1 = -5000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, S_2 = -20,000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.ג. ריסון יתר. ב. **(1)**

ג. $S_{1,2} = -8000 \pm 6000j \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.ד. $R = 250\Omega$. **(2)**

א. $\omega_0 = 10k \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \alpha = 12.5k \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, L = 0.2H, R = 800\Omega$. **(2)**

ב. $i_R(t) = [-6.25e^{-5000t} + 25e^{-20,000t}]u(t)$ [mA] . **(3)**

$i_C(t) = [1.25e^{-5000t} - 20e^{-20,000t}]u(t)$ [mA]

$i_L(t) = [5e^{-5000t} - 5e^{-20,000t}]u(t)$ [mA]

$L = 0.2H, R = 1.25k\Omega, v_0 = 150V, I_0 = 30mA$. **(3)**

$i_L(t) = 195e^{-8000t} (2 \sin 6000t - \cos 6000t)$ mA

א. $A_1 = 20mA, A_2 = -5mA, C = 25\mu F, L = 6.25H, \omega_0 = 80 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, \alpha = 100 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$. **(4)**

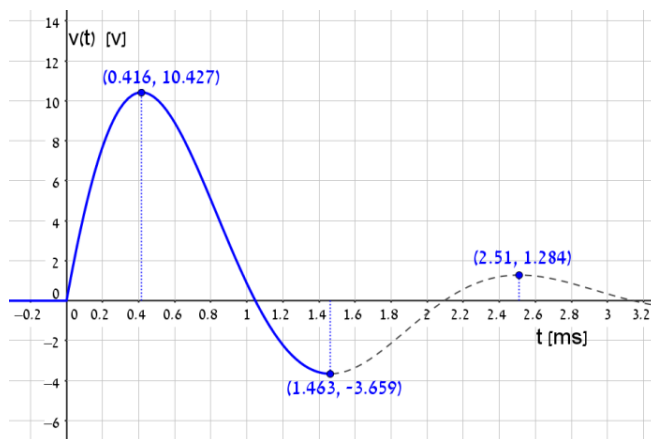
ב. $v(t) = [-5e^{-160t} + 5e^{-40t}]u(t)$ [V]

ג. $i_R(t) = [-25e^{-160t} + 25e^{-40t}]u(t)$ [mA]

ד. $i_L(t) = [5e^{-160t} - 20e^{-40t}]u(t)$ [mA]

א. $v(t) = \left[16 \frac{2}{3} e^{-t} \sin 3t\right]u(t)$ [V] .ג. $t_1 = 416ms, t_2 = 1463ms, t_3 = 2510ms$. **(5)**

ד. $v(t_1) = 10.43V, v(t_2) = -3.66V, v(t_3) = 0.798V$.ה. להלן סרטוט:



ג. $f = 0.5Hz, A = 15.8V$.

$$v_0(t) = \left[173 \frac{1}{3} e^{-8000t} - 93 \frac{1}{3} e^{-2000t} \right] u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{א. (6)}$$

$$. v_0(t) = e^{-4000t} (80 \cos(3000t) - 720 \sin(3000t)) u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{ב.}$$

$$. v_0(t) = \left[80 e^{-10^4 t} - 1.2 \cdot 10^6 t e^{-10^4 t} \right] u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{ג.}$$

$$v_C(t) = \left[100 \cos(9600t) + 29.17 \sin(9600t) \right] e^{-2800t} u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{(7)}$$

$$. i(t) = 0.104 e^{-2800t} \sin(9600t) u(t) \quad [\text{A}]$$

$$v_a = 200 \text{V}, \quad \frac{dv_a}{dt} = -7000 \frac{\text{V}}{\text{sec}} \quad \text{א. (8)}$$

$$. v_a(t) = 50 e^{-80t} [4 \cos 60t + 3 \sin 60t] u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{ב.}$$

$$. v_C(t) = \left[280 e^{-5t} \cos 5t - 120 e^{-5t} \sin 5t \right] u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{(9)}$$

$$\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + 2 \frac{dv_C(t)}{dt} + 5 v_C(t) = 5 e_s(t) \quad \text{א. (10)}$$

$$v_C(t) = \left[1 - e^{-t} \left(\cos 2t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \right] u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{ב.}$$

$$. v_C(t) = \left[e^{-t} (0.4 \cos 2t - 0.3 \sin 2t) + t - 0.4 \right] u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{ג.}$$

$$\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + 40 \frac{dv_C(t)}{dt} + 400 v_C(t) = 10^6 \frac{di(t)}{dt} \quad \text{א. (11)}$$

$$v_{ZIR}(t) = e^{-20t} (v_0 - t(10^6 i_0 + 20v_0)) ; t \geq 0 \quad \text{ב.}$$

$$. v_{ZSR}(t) = 10^3 (2.15 \cos 3t - 7 \sin 3t) - 3.05 \cdot 10^6 t e^{-20t} ; t \geq 0 \quad \text{ג.}$$

במקרה של החלפת עירור נקבל איבר אחד בפתרון $v_{ZSR}(t)$ ולא תהיה אי רציפות ב-0.

$$. v_0 = 2.15 \text{kV}, i_0 = -3 \text{A} \quad \text{ד.}$$

$$. v_3(t) = 4e^{-t} + 15e^{-3t} + 7 \cos(4t + 45^\circ) \quad [\text{V}] \quad \text{(12)}$$

$$v_4(t) = \left(-2e^{-2t} - 3e^{-3t} - \frac{1}{2} \sin t \right) u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{א. (13)}$$

$$. v_3(t) = \left(-2e^{-2(t-2)} - 3e^{-3(t-2)} - \frac{1}{2} \sin(t-2) \right) u(t-2) \quad [\text{V}] \quad \text{ב.}$$

$$h(t) = 0.4e^{-t} (3 \sin 2t + 4 \cos 2t) u(t) \quad \text{א. (14)}$$

$$. v_C(t) = e^{-t} (5.2 \sin 2t + 3.6 \cos 2t) u(t) \quad [\text{V}] \quad \text{ב.}$$

תוכן העניינים:

2	מעגלי זרם חילופין ומעגלי תהודה
2	מעגלי זרם חילופין :
2	סיכום כללי :
9	שאלות :
11	תשובות סופיות :
12	הספקים במעגלי זרם חילופין :
12	סיכום כללי :
15	שאלות :
18	תשובות סופיות :
19	מעגלי תהודה :
19	סיכום כללי :
22	שאלות :
24	תשובות סופיות :

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

פרק 9

מעגלי זרם חילופין ומעגלי תהודה

מעגלי זרם חילופין:

סיכום כללי:

מהו מעגל זרם חילופין? (מעגל AC - Alternating Current)

מעגל זרם חילופין הוא מעגל שבו מחוברים מקורות חשמליים סינוסיים, כלומר

$$\text{הוא מוזן מאות סינוסידיאלי, כגון: } v_{in}(t) = V \cos(\omega t), \left[\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \right]$$

במעגלי AC אנחנו נניח מספר הנחות יסודיות אשר יאפיינו את מעגלים אלו:

- 1) מעגל המורכב מרכיבים ליניאריים ואליו מוזן אות AC מהווה מערכת ליניארית.
- 2) מעגל AC, בכל ניתוחו, מתייחס רק לפרקי הזמן בהם כל תופעות המעבר דעכו לאפס. נקרא למצב המעגל במקרה זה בשם: **המצב היציב (Steady State) של המעגל**.
- 3) עירור המעגל תקף לגבי כל המערכת והוא בתדר זוויתי אחד בלבד, ω , הנקבע ע"י מקור האנרגיה.

ייצוג פאזורי של אות:

נסמן אות סינוסי כללי באופן הבא: $x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$ ונקבל:

$$x(t) = X \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}\{\bar{X}(\omega) \cdot e^{j\omega t}\}$$

כאשר:

$x(t)$ - הוא אות מתח או זרם כלשהו.

$\omega = 2\pi f$ - מייצג את המהירות הזוויתית (כאשר f הוא התדר הזוויתי).

X - היא אמפליטודת האות.

φ - פאזה התחלתית של האות.

למספר $\bar{X}(\omega)$ אנו קוראים **הפאזור של האות** או פשוט "הפאזור" (Phasor).

במעגלי זרם חילופין, היות וכל רכיבי המעגל פועלים באותו התדר ונבדלים זה מזה בפאזה שלהם, נעדיף לעבוד עם פאזורים מאשר עם אותות המתח והזרם עצמם.

פעולות מתמטיות עם פאזורים:

• **ליניאריות:**

הפאזור של אות המורכב מקומבינציה ליניארית של מספר אותות: $x(t) = \sum_{k=1}^N \alpha_k x_k(t)$

$$\text{כאשר } \forall k: \alpha_k \in \mathbb{R}, \text{ הוא: } \bar{X} = \sum_{k=1}^N \alpha_k \bar{X}_k$$

• **גזירה:**

גזירה של אות $x(t)$ שקולה להכפלת הפאזור פי $j\omega$:

$$x(t) \rightarrow \bar{X} \quad ; \quad z(t) = \frac{d}{dt} x(t) \rightarrow \bar{Z}$$

$$\bar{Z} = j\omega \bar{X}$$

• **אינטגרציה:**

אינטגרציה של אות $x(t)$ שקולה לחלוקת הפאזור פי $j\omega$:

$$x(t) \rightarrow \bar{X} \quad ; \quad z(t) = \int x(t) dt \rightarrow \bar{Z}$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{j\omega} \bar{X}$$

עכבה של רכיב במעגל זרם חילופין:

במעגל AC תדר הפעולה ω הוא קבוע לכל רכיבי המעגל, לכן נעזר בפאזורים של האותות בלבד על מנת לכתוב את העכבה באופן הבא:

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V e^{j\varphi_v}}{I e^{j\varphi_i}} = \frac{V}{I} \exp\{j(\varphi_v - \varphi_i)\}$$

לגודל הני"ל קוראים בשם **עכבה (Impedance)** מאחר והוא מתאר "עד כמה המתח על פני רכיב מסוים מתעכב ביחס לזרם דרכו".

• העכבה היא מספר מרוכב, שיחידותיו הן אוהמים $[\Omega]$.

• גודל העכבה מקיים: $|\bar{Z}| = Z = \frac{V}{I}$.

• הפאזה של העכבה היא: $\varphi_z = \varphi_v - \varphi_i$.

מתירות של רכיב במעגל זרם חילופין:

בדומה להגדרת העכבה, נגדיר את המתירות (Admittance) באופן הבא:

$$\bar{Y} = \frac{\bar{I}}{\bar{V}} = \frac{Ie^{j\varphi_I}}{Ve^{j\varphi_V}} = \frac{I}{V} \exp\{j(\varphi_I - \varphi_V)\}$$

כאשר מתקיים: $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}}$.

❖ דוגמא - חישובי פאזורים יסודיים:

אות מתח על פני רכיב מסוים הוא: $v(t) = 12 \cos(50\pi t + 20^\circ) \text{ V}$

ואות הזרם הנמדד דרכו הוא: $i(t) = 12 \cos(50\pi t + 135^\circ) \text{ mA}$

א. כתוב את הפאזורים של אות המתח והזרם.

ב. כתוב את הפאזור של העכבה.

ג. כתוב את הביטוי הזמני של העכבה של רכיב זה.

כתיבה מקוצרת של פאזורים:

נוכל לכתוב את הפאזורים בצורה קרטזית או פולרית באופן הבא:

• כתיבה בצורה קרטזית: $\bar{Y} = Ye^{j\varphi} = Y(\cos \varphi + j \sin \varphi)$

• כתיבה בצורה פולרית: $\bar{Y} = |\bar{Y}| \angle \arg\{\bar{Y}\} = Y \angle \varphi$

❖ דוגמא - כתיבה מקוצרת של פאזורים:

נכתוב את הפאזור $Y = 2e^{\frac{1}{3}j}$ בצורה קרטזית ובצורה פולרית:

מעברים בין צורות הצגה:

עבור מספר מרוכב הנתון בצורה הקרטזית: $\bar{z} = a + jb$ נקבל את הקשרים הבאים:

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\arg(z) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

הכתיבה בצורה הפולרית היא: $\bar{z} = |\bar{z}| \angle \arg(\bar{z})$.

העכבה והמתירנות של רכיבים פאסיביים במעגל זרם חילופין:

מתירות (אדמיטנס)	עכבה (אימפדנס)	
$Y = \frac{1}{R} = G$	$Z = R$	נגד
$Y = j\omega C$	$Z = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C}$	קבל
$Y = \frac{1}{j\omega L} = -j \frac{1}{\omega L}$	$Z = j\omega L$	סליל

עכבה כגודל כללי:

נכתוב את העכבה הכללית של מעגל (או של ענף כלשהו במעגל): $z = R + jX$ כאשר R הוא החלק הממשי של העכבה ו- X הוא החלק המדומה שלה. הגודל X שונה בין קבל וסליל והוא מוגדר באופן הבא לפי מה שמצאנו לעיל:

$$X_L = \omega L ; X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

לגודל הזה קוראים **היגב** (Reactance) והוא מתאר את המידה שבה רכיב ריאקטיבי מגיב לשינוי המתח והזרם עליו. היחידות של היגב הן אוהמים (Ω) בדומה לעכבה.

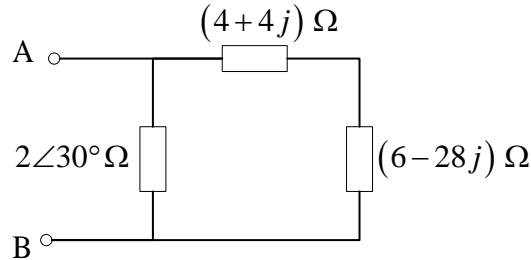
בשונה מהתנגדות אוהמית טהורה של נגד, היגב יכול לקבל ערכים שליליים!

אופי מעגל:

- מעגל שבו העכבה הכוללת היא מהצורה: $z = R + jX_C$ (כלומר החלק המדומה שלילי) נקרא מעגל עם אופי קיבולי. במעגל שכזה המתח מפגר אחר הזרם.
- מעגל שבו העכבה הכוללת היא מהצורה: $z = R + jX_L$ (כלומר החלק המדומה חיובי) נקרא מעגל עם אופי השראתי. במעגל שכזה המתח מקדים את הזרם.

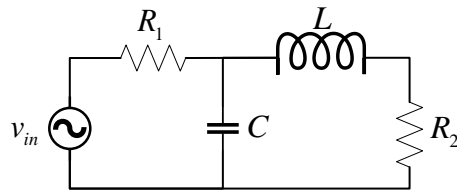
❖ דוגמא - חיבורי פאזורים של עכבות:

מצא את העכבה השקולה בין הנקודות A ו-B:



❖ דוגמא - ניתוח מעגלי AC:

המעגל שלפניך מוזן מאות מתח חילופין: $v_{in}(t) = 4 \cos(100t)$ V
 נתונים ערכי הרכיבים: $R_1 = R_2 = 1k\Omega$, $C = 1\mu F$, $L = 4mH$.
 מצא את עכבת המעגל השקולה ואת הזרם השקול הנכנס למעגל.



ניתוח מעגלי AC באמצעות משפטי הרשת – מתחי צמתים וזרמי חוגים:

מתחי צמתים:

נעזר בשיטת מתחי הצמתים בצורה זהה לשל מעגל זרם ישר:

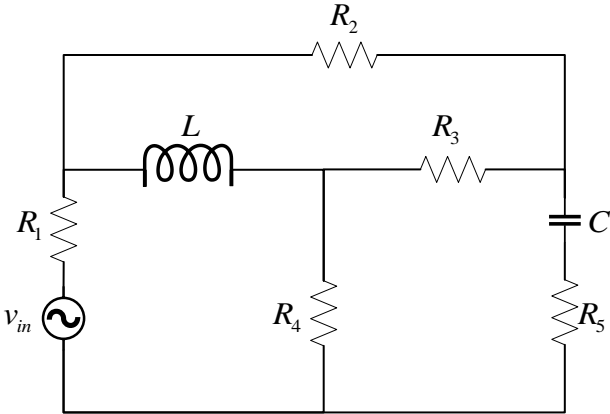
- 1) נבחר צומת ייחוס שתתפקד כ-"אדמה".
- 2) נסמן את שאר הצמתים במעגל בסימון כגון: v_1, v_2, v_3, \dots או v_A, v_B, v_C, \dots וכו'.
- 3) נחבר משוואות זרמים לפי KCL עבור כל צומת.
- 4) נבטא את הזרמים ע"י מתחי הצמתים ונפתור את מערכת המשוואות המתקבלות.

זרמי חוגים:

נעזר בשיטת זרמי החוגים בצורה זהה לשל מעגל זרם ישר:

- 1) נגדיר את הזרמים בכל לולאה סגורה עם כיוון השעון (למשל).
- 2) נסמן את הזרמים בכל לולאה: $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$ וכו'.
- 3) נחבר משוואות זרמים לפי KVL עבור כל לולאה.
- 4) נבטא את המתחים ע"י זרמי החוגים ונפתור את מערכת המשוואות המתקבלות.

❖ דוגמא – ניתוח בשיטת מתחי צמתים וזרמי חוגים:



נתון המעגל הבא ובו כל הרכיבים נתונים.

כתוב את משוואות המעגל לפי:

א. שיטת מתחי צמתים

(הסק את המטריצה: $\underline{Y} \cdot \underline{v} = \underline{i}$)

ב. לפי זרמי חוגים

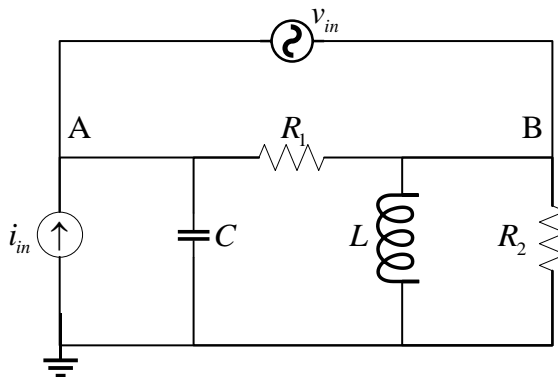
(הסק את המטריצה: $\underline{Z} \cdot \underline{i} = \underline{v}$)

ניתוח מעגלי AC באמצעות משפטי הרשת – סופרפוזיציה:

כפי שראינו במעגלי זרם ישר, שיטת הסופרפוזיציה טובה לשימוש בכל מעגל שבו מספר מקורות אנרגיה. נוכל להיעזר בשיטה זו לניתוח מעגלים כאשר קיימים מספר מקורות הפועלים באותו התדר, אולם, הכוח האמיתי הטמון בסופרפוזיציה בא לידי ביטוי דווקא כאשר מדובר במקורות הפועלים בתדרים שונים (או אפילו מפיקים אותות כניסה שונים ולא דווקא סינוסיים!).

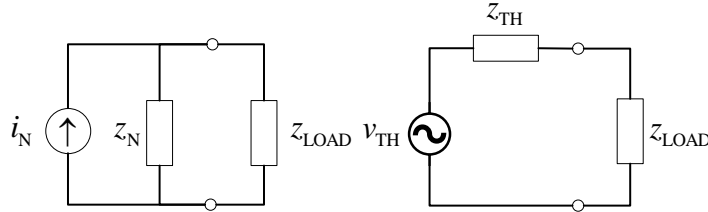
❖ דוגמא - ניתוח מעגל בשיטת סופרפוזיציה:

במעגל שלפניך נתונים שני מקורות האנרגיה הבאים: $v_{in}(t) = 10 \cos(100\pi t + 45^\circ)$ V ו- $i_{in}(t) = 3 \cos(50\pi t)$ A. ערכי הרכיבים הם: $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $C = 20\mu\text{F}$, $L = 3\text{mH}$. יש למצוא את הביטוי הזמני למתח בצומת A ביחס לאדמה שהוגדרה במעגל.



ניתוח מעגלי AC באמצעות משפטי הרשת – שקולי תבנין ונורטון:

תיאור שקולי תבנין ונורטון במעגלי זרם חילופין:

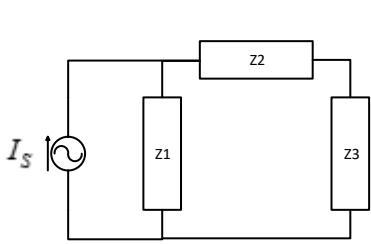


נבצע את השלבים הבאים:

- 1) מנתקים את הרכיב שבין הנקודות (הצמתים) הרלוונטיות. נסמן אותן ב-A ו-B לצורך הנוחיות.
- 2) נמצא את העכבה השקולה z_{AB} ע"י שיתוק מקורות:
 - מקור מתח מקצרים.
 - מקור זרם מנתקים.
- 3) נמצא את מתח תבנין, v_{TH} , ע"י החזרת כל המקורות למעגל וחישוב המתח בין הנקודות A ו-B. כדי לעשות זאת נעזר בכל הטכניקות שנלמדו עד כה.
- 4) לאחר מציאת v_{TH} ו- z_{AB} נוכל לסרטט מעגל תבנין, או להמיר למעגל נורטון. נזכור כי העומס הוא הרכיב שניתקנו מהמעגל.

הגודל z_{AB} הוא z_{TH} והוא מקיים: $z_{TH} = z_N$ כאשר $i_N = \frac{v_{TH}}{z_{TH}}$.

שאלות:



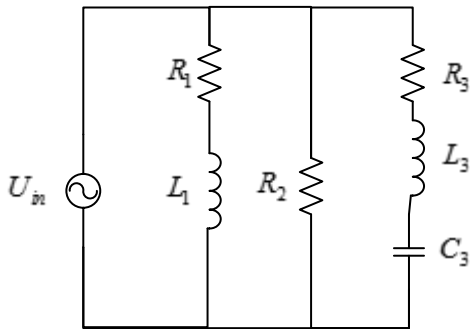
1 במעגל הבא נתון מקור זרם: $i_s(t) = \sqrt{8} \cos(400t + 30^\circ)$ A

ערכי העכבות הם:

$$Z_1 = (2 + 2j)\Omega, Z_2 = (4 - 4j)\Omega, Z_3 = (2 + 7j)\Omega$$

- חשב את הזרמים בכל עכבה.
- חשב את המתח על מקור הזרם.
- צמצם את המעגל לעכבה אחת ופרט את מרכיביה.

2 לפניך המעגל הבא:

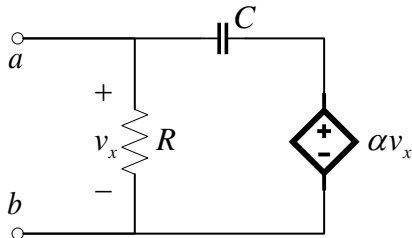


נתון כי: $U_{in} = 200 \angle 0^\circ \text{V}$, $f = 50 \text{Hz}$, $R_1 = 12\Omega$

$$R_2 = 40\Omega, R_3 = 30\Omega, L_1 = 51 \text{mH}$$

$$L_3 = 95.8 \text{mH}, C_3 = 79.5 \mu\text{F}$$

- חשב את העכבה הכללית של המעגל ואת אופי המעגל.
- חשב את הזרם השקול של המעגל.
- חשב את הזרמים בכל ענף במעגל.



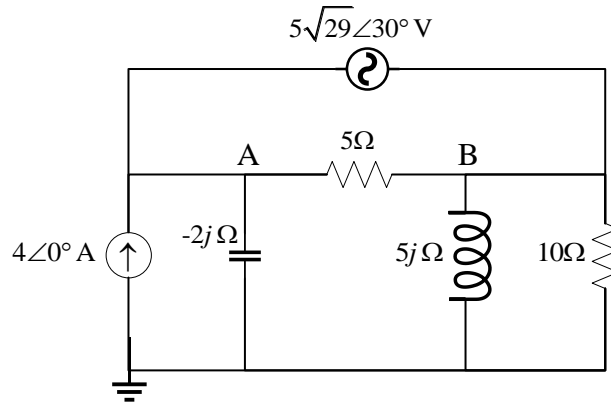
3 במעגל שלפניך נתון: $C = 3 \mu\text{F}$, $R = 250\Omega$

המעגל פועל בתדר זוויתי של $1000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$

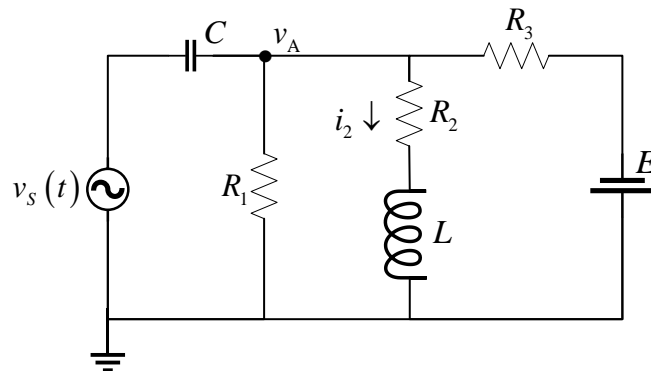
הפרמטר α הוא מספר ממשי חיובי.

- כתוב ביטוי עבור עכבת המעגל המשתקפת מהנקודות a ו-b.
- מצא את ערכו של α עבורו העכבה תהיה התנגדותית טהורה. מה יהיה ערך העכבה במקרה זה?
- האם קיים ערך עבור α שמקיים כי העכבה השקולה (תבנית) תהיה $[160 + 120j \Omega]$? אם כן, מצא אותו. אם לא, נמק.
- עבור אלו ערכים של α העכבה תהיה בעלת אופי השראותי ועבור אילו ערכים היא תהיה בעלת אופי קיבולי? נמק.

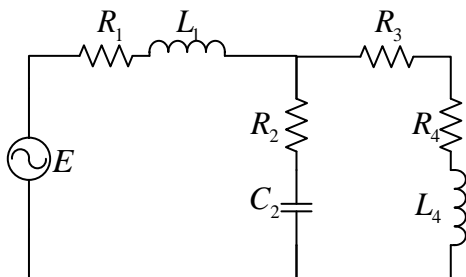
- 4) במעגל שלפניך כל הערכים מופיעים בסרטוט. יש למצוא באמצעות שיטת מתחי צמתים את הפאזורים של ערכי המתחים V_A ו- V_B וכן את הביטוי עבור הפאזור של הזרם הזורם דרך מקור המתח.



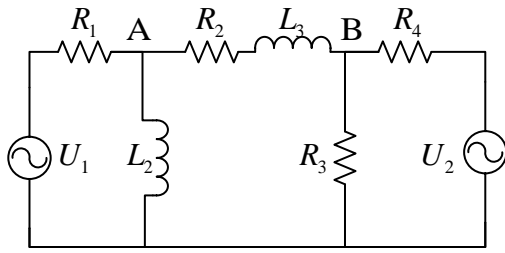
- 5) במעגל שלפניך נתוני הרכיבים הם:
 $R_1 = 40\Omega$, $R_2 = 10\Omega$, $R_3 = 20\Omega$, $C = \frac{1}{1000\pi}$ F, $L = \frac{1}{50\pi}$ H, $E = 35$ V
 נתון: $v_s(t) = 50 \cos(2\pi \cdot 100 + 40^\circ)$ V



- א. כתוב את המעגל בכתוב פאזורי.
 ב. בשיטת הסופרפוזיציה, מצא את הביטוי הזמני של המתח בנקודה A ביחס לאדמה ואת הביטוי הזמני של הזרם i_2 .



- 6) לפניך המעגל הבא:
 נתון: $E = 48\angle 0^\circ$ V, $R_1 = 3\Omega$, $X_{L_1} = 4\Omega$
 $R_2 = 3\Omega$, $X_{C_2} = -4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$
 $R_4 = \frac{23}{6}\Omega$, $X_{L_4} = 4\Omega$
 חשב לפי תבנית את הזרם בנגד R_4 .



(7) לפניך המעגל הבא :

ידוע כי : $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 6\Omega$

$R_4 = 4\Omega$, $X_2 = 5\Omega$, $X_3 = 3\Omega$

$U_1 = 30\angle 0^\circ \text{V}$

ערך מקור המתח U_2 אינו ידוע.

א. חשב את U_2 עבורו הזרם דרך הנקודות A ו-B יתאפס.

ב. חשב את הזרם דרך AB אם $U_2 = 30\angle 0^\circ \text{V}$.

תשובות סופיות:

(1) א. $I_1 = 2\angle 24.5^\circ \text{A}$, $I_2 = I_3 = 0.852\angle 43^\circ \text{A}$. ב. $U_s = 5.65\angle 69.5^\circ \text{V}$

ג. $Z_T = (1.54 + 1.27j)\Omega$, מרכיבים : $R = 1.54\Omega$, $L = 3.2\text{mH}$.

(2) א. $Z_T = (9.35 + 3.29j)\Omega$ - למעגל אופי השראותי.

ב. $I_T = 20.16\angle -19.37^\circ \text{A}$

ג. $I_1 = 10\angle -53.13^\circ \text{A}$, $I_2 = 5\text{A}$, $I_3 = 7.06\angle 18.33^\circ \text{A}$

(3) א.
$$z_T = \frac{1}{\frac{1}{R} - j(\alpha-1)\omega C} = \frac{1}{\frac{1}{R} + R(\alpha-1)^2 \omega^2 C^2} + j \frac{(\alpha-1)\omega C}{\frac{1}{R^2} + (\alpha-1)^2 \omega^2 C^2}$$

ב. $\alpha = 1$. ג. כן, $\alpha = 2$. ד. השראותית : $\alpha > 1$, קיבולית : $0 < \alpha < 1$.

(4) א. $\bar{I}_{S2} = 10.57\angle 112.32^\circ \text{A}$, $\bar{V}_A = 76.95\angle 26.22^\circ \text{V}$, $\bar{V}_B = 50.11\angle 24.2^\circ \text{V}$

(5) א. ראה כתיבה בסרטון הוידאו.

ב. $v_A(t) = 34.6\cos(2\pi \cdot 100 + 95^\circ) - 10 \text{V}$

$i_2(t) = 3.21\cos(2\pi \cdot 100 + 73.2^\circ) - 1 \text{A}$

(6) $I = 3.16\angle -71.56^\circ \text{A}$

(7) א. $U_2 = 35.33\angle 45^\circ \text{V}$. ב. $I = 1.73\angle 62.7^\circ \text{A}$

הספקים במעגלי זרם חילופין:

סיכום כללי:

הספק רגעי והספק ממוצע:

- ההספק הרגעי יחושב במישור הזמן לפי: $p(t) = i(t)v(t)$
ובאמצעות פאזורים לפי: $p(t) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{V} \bar{I} e^{2j\omega t}\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{V} \bar{I}^*\}$
- ההספק הממוצע יחושב במישור הזמן לפי: $P = \frac{IV}{2} \cos(\Delta\varphi)$
ובאמצעות פאזורים לפי: $P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{V} \bar{I}^*\}$

הספק מרוכב:

נגדיר את ההספק המרוכב באופן הבא:

$$S = \frac{1}{2} \bar{V} \bar{I}^* = P + jQ$$

$$\rightarrow P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\bar{V} \bar{I}^*\} = \frac{VI}{2} \cos(\Delta\varphi)$$

$$\rightarrow Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im}\{\bar{V} \bar{I}^*\} = \frac{VI}{2} \sin(\Delta\varphi)$$

כאשר:

- P נקרא **ההספק האקטיבי (Active Power)** או **ההספק האקטיבי (Real Power)** בענף. הוא מתאר את ההספק האלקטרומגנטי שנמסר ממקורות האנרגיה לצרכן והופך לחום. יחידותיו הן וואט [Watt].
- Q נקרא **ההספק הריאקטיבי/העיוור (Reactive Power)** בענף. הוא מתאר את ההספק שנמצא במעגל ואינו מתבזבז. זה הספק שנוצר כתוצאה מאנרגיה חשמלית ברכיבים קיבוליים ואנרגיה מגנטית ברכיבים השראתיים והוא נשאר במערכת. יחידותיו הן וולט-אמפר ריאקטיבי [VAR].
- S נקרא **ההספק המרוכב (Complex Power)** או **ההספק הנראה/הנדמה (Apparent Power)** בענף. הוא מתאר את סך ההספק שבענף. יחידותיו הן וולט-אמפר [VA].

משולש הספקים:

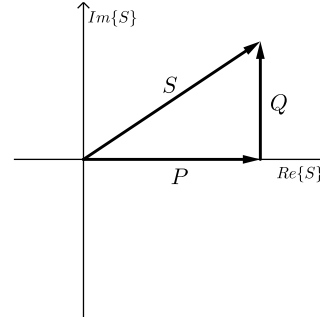
נוח לצייר במישור המרוכב את ההספקים באופן הבא:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\Delta\varphi = \tan^{-1} \frac{Q}{P}$$

$$P = S \cos \Delta\varphi$$

$$Q = S \sin \Delta\varphi$$



הספקים של רכיבים פאסיביים:

ביטויים להספקים		
$S_R = \frac{1}{2} R \bar{I}_R ^2 > 0 \rightarrow \begin{cases} P_R = \frac{1}{2} R \bar{I}_R ^2 \\ Q_R = 0 \end{cases}$		נגד
$S_C = -\frac{1}{2} j\omega C \bar{V}_C ^2 \rightarrow \begin{cases} P_C = 0 \\ Q_C = -\frac{1}{2} j\omega C \bar{V}_C ^2 \end{cases}$		קבל
$S_L = \frac{1}{2} j\omega L \bar{I}_L ^2 \rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_L = \frac{1}{2} j\omega L \bar{I}_L ^2 \end{cases}$		סליל

ערך יעיל (RMS) של אות:

נגדיר את הערך היעיל/האפקטיבי של אות בשם: RMS = Root Mean Square.

הערך היעיל של אות זמני $x(t)$ המחזורי במחזור T יסומן X_{RMS} ויוגדר באופן הבא:

$$X_{\text{RMS}} = \sqrt{x^2(t)} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} x^2 dx}$$

נרצה לחשב את הערך היעיל של אות זרם ואות מתח AC, נקבל:

$$I_{\text{RMS}} = \frac{I}{\sqrt{2}} ; V_{\text{RMS}} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$

נבטא את הגדלים של הספקים הממוצעים באמצעות הערכים היעילים של אותות מתח וזרם ונקבל:

$$P = \frac{IV}{2} \cos(\Delta\varphi) = \frac{V}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} \cos(\Delta\varphi) = V_{\text{RMS}} \cdot I_{\text{RMS}} \cdot \cos(\Delta\varphi)$$

$$Q = \frac{IV}{2} \sin(\Delta\varphi) = \frac{V}{\sqrt{2}} \frac{I}{\sqrt{2}} \sin(\Delta\varphi) = V_{\text{RMS}} \cdot I_{\text{RMS}} \cdot \sin(\Delta\varphi)$$

$$S = \frac{1}{2} \bar{V} \bar{I}^* = \frac{\bar{V}}{\sqrt{2}} \frac{\bar{I}^*}{\sqrt{2}} = V_{\text{RMS}} \cdot I_{\text{RMS}} \cdot e^{j\Delta\varphi}$$

גורם ההספק:

מגדירים את היחס שבין שני ההספקים בתור **גורם ההספק (Power Factor)** של המעגל. נסמן באופן כללי את הזווית ב- φ (כאשר ברור כי מדובר בזווית ההפרש בין אות המתח לזרם כפי שהגדרנו וראינו עד כה - $\Delta\varphi$) ונגדיר את גורם ההספק באופן

$$\text{הבא: } P.F. = \cos \varphi = \frac{P}{S}$$

בהתאם להגדרה זו ניתן גם להגדיר את **גורם הריאקטיביות (Reactive Factor)**

$$\text{באופן הבא: } R.F. = \sin \varphi = \frac{Q}{S} \text{ אולם הוא לא נמצא בשימוש כלל.}$$

אנרגיות ברכיבים פאסיביים:

בדומה לחישובי ההספקים, נרצה לבטא את האנרגיות הרגעיות והממוצעות באמצעות הפאזורים של אותות המתח והזרם. עבור אנרגיה רגעית וממוצעת האגורה בקבל נקבל:

$$w_c(t) = \frac{1}{8} C \left(\bar{V}_c^2(\omega) e^{2j\omega t} + 2|\bar{V}_c|^2 + \bar{V}_c^{*2}(\omega) e^{-2j\omega t} \right)$$

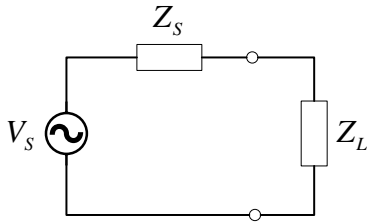
$$W_c = \frac{1}{4} C |\bar{V}_c|^2$$

עבור אנרגיה רגעית וממוצעת האגורה בסליל נקבל:

$$w_L(t) = \frac{1}{8} L \left(\bar{I}_L^2(\omega) e^{2j\omega t} + 2|\bar{I}_L|^2 + \bar{I}_L^{*2}(\omega) e^{-2j\omega t} \right)$$

$$W_L = \frac{1}{4} L |\bar{I}_L|^2$$

העברת הספק מירבי:

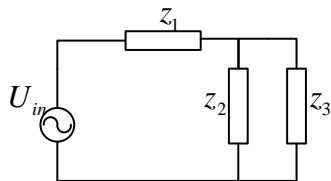


התלות בין העכבות עבור מעבר של הספק מירבי

$$\cdot \begin{cases} R_L = R_S \\ X_L = -X_S \end{cases} \Rightarrow Z_L = Z_S^* \text{ : היא כדלהלן}$$

$$\cdot P_{L,\max} = \frac{1}{2} |\bar{V}_S|^2 \frac{1}{4R_S} \text{ : ההספק המירבי עצמו יהיה}$$

שאלות:



1) במעגל שלפניך נתון:

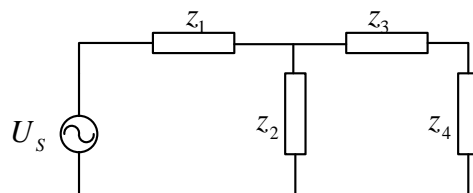
$$z_1 = (3 + 4j)\Omega, \quad z_2 = (80 + 60j)\Omega$$

$$z_3 = (30 + 40j)\Omega, \quad U_{in} = 120 \angle 0^\circ \text{V}$$

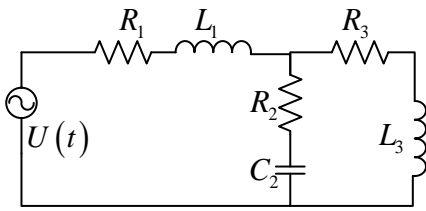
- א. חשב את הזרם בכל אחת מהעכבות הני"ל.
- ב. חשב וסרטט את משולש ההספקים של המעגל.

2) לפניך המעגל הבא:

$$\text{נתון: } U_S = 20\text{V}, \quad z_1 = 40\Omega, \quad z_2 = 60j\Omega, \quad z_3 = -30j\Omega, \quad z_4 = 90j\Omega$$

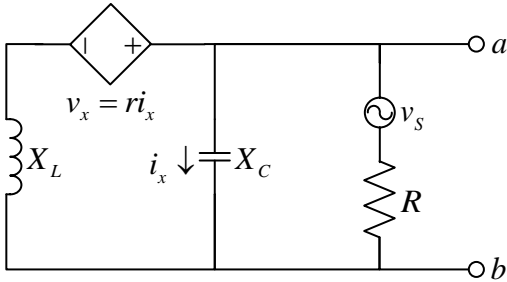


- א. מה הזרם שימדוד מד-זרם המחובר בטור למקור המתח שבאיור?
- ב. מה ההספק P (ב-W) של מקור המתח?
- ג. מה ההספק ההיגבי Q (ב-VAR) של המקור?
- ד. מה הפרש המופע (במעלות חשמליות) בין המתח שבין הדקי עכבה z_4 למתח המקור?



3 נתון המעגל הבא :

ידוע כי : $U(t) = 25\sqrt{2} \cos(600t + 30^\circ) \text{ V}$, $R_1 = 3\Omega$
 $L_1 = 20\text{mH}$, $R_3 = 8\Omega$, $L_3 = 13.33\text{mH}$
 חשב את R_2 ו- C_2 לקבל הספק מירבי בענף שלהם.



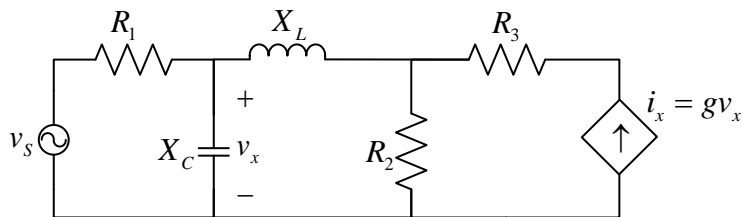
4 במעגל שלפניך נתון :

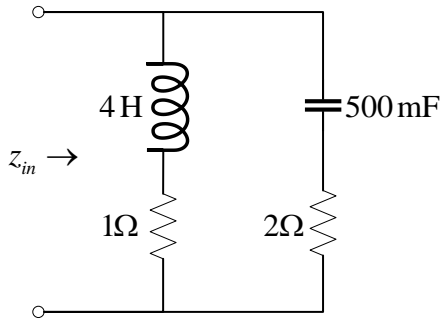
$v_s(t) = 50\sqrt{2} \sin\left(50\pi t - \frac{\pi}{3}\right) [\text{V}]$
 $R = 8\Omega$, $r = 2\Omega$, $X_C = -10j\Omega$
 $X_L = 15j\Omega$

- מצא את ההתנגדות השקולה
- המשתקפת מבעד לצמתים a ו- b.
- מצא ביטוי לזרם העובר דרך עכבת עומס $Z_L = 10 - 2j [\Omega]$.
- מצא את העכבה Z_L עבורה ההספק דרכה יהיה מירבי ומצא את הספק זה.
- סרטט דיאגרמה פאזורית של ההספקים מהסעיף הקודם.

5 במעגל שלפניך נתון : $i_x = g \cdot v_x$, $v_s(t) = 50\sqrt{2} \sin\left(60\pi t + \frac{\pi}{4}\right) [\text{V}]$

$X_L = 5j\Omega$, $X_C = -4j\Omega$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 8\Omega$, $g = 0.1\text{S}$
 מצא את החלקים הממשי והמדומה של ההספק שמספק מקור הזרם התלוי.





6 נתון המעגל הבא :

א. מצא את עכבת המבוא, $z_{in}(j\omega)$.

נתון כי מתח המבוא הוא $v_s(t) = 50 \cos(\omega t)$ [V] והמעגל נמצא במצב סינוסי יציב.

ב. מה הוא ההספק הרגעי המסופק למעגל כפונקציה של הזמן?

ג. חשב את ההספק הרגעי על פני הסליל.

ד. חשב את האנרגיה המתבזבזת במחזור אחד על פני הסליל.

ה. חזור על סעיפים ג-ד עבור הנגד 1Ω והסבר את מהות התוצאות.

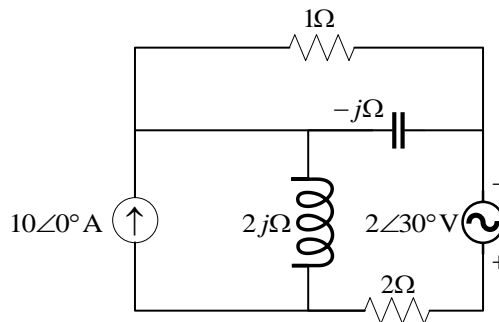
7 לפניך המעגל הבא ובו כל ערכי הרכיבים הרשומים.

א. מצא את ההספק המרוכב (הנראה), ההספק הממוצע ואת גורם ההספק עבור כל אחד מהמקורות במעגל הבא.

קבע מי מהם צורך הספק (צרכן) ומי נותן הספק (ספק).

ב. מסובבים את מקור המתח.

חזור על הניתוח מהסעיף הקודם וציין מה השתנה כעת.



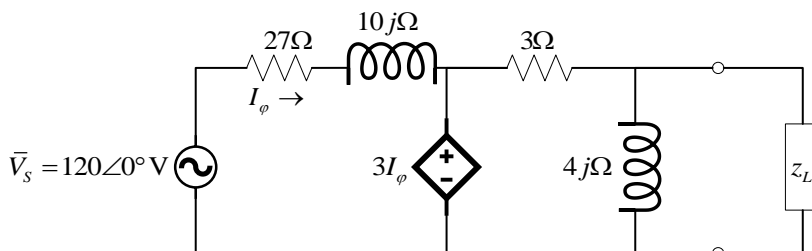
8 במעגל שלפניך מחברים עומס z_L כזה שנופל עליו הספק ממוצע מקסימלי.

א. קבע את הערך של העומס וחשב את ההספק הממוצע המתבזבז עליו.

ב. איזה אחוז מההספק המועבר במעגל מועבר לעומס?

ג. קבע מי מהמקורות הוא צרכן ומי הוא ספק. נמק.

ד. הראה את מאזן ההספקים המרוכב במעגל.



תשובות סופיות:

(1) א. $I_1 = 3.1 \angle -48.425^\circ \text{ A}$, $I_2 = 1.045 \angle -37.568^\circ \text{ A}$, $I_3 = 2.09 \angle -53.825^\circ \text{ A}$.

ב. $P = 246.849 \text{ W}$, $Q = 278.88 \text{ VAR}$, $S = 372 \text{ VA}$.

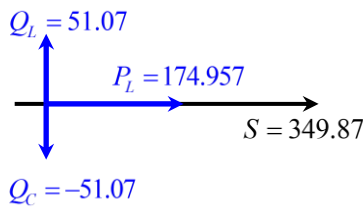
(2) א. $I_T = 0.4 \angle -36.86^\circ \text{ A}$. ב. 6.4 W . ג. 4.8 VAR . ד. $\Delta\varphi = 53.13^\circ$.

(3) $R_2 = 3.086 \Omega$, $C_2 = 315 \mu\text{F}$.

(4) א. $z_{TH} = 8.58 \angle -16.62^\circ \Omega$. ב. $I = 4.04 \angle -63.04^\circ \text{ A}$.

ג. $S = 349.87 \angle 0^\circ \text{ VA}$, $z_L = 8.58 \angle 16.62^\circ \Omega$.

ד. להלן דיאגרמה פאזורית בצד.



(5) $S = 522.214 - 106.58j = 532.98 \angle -11.53^\circ \text{ VA}$.

(6) א. $z_{in}(j\omega) = |z_{in}(j\omega)| \angle (z_{in}(j\omega)) = \sqrt{\frac{16\omega^4 + 17\omega^2 + 1}{4\omega^4 - 3\omega^2 + 1}} \angle \tan^{-1} \frac{4\omega - 6\omega^3}{8\omega^4 - \omega^2 + 1} \triangleq Z_{in} \angle \varphi_{z_{in}}$.

ב. $p_{in}(t) = 25I_{in} (\cos(2\omega t + \varphi_{I_{in}}) + \cos(\varphi_{I_{in}}))$.

ג. $p_L(t) = -2I_1^2 \sin(2(\omega t + \varphi_{I_1}))$. ד. $W_L([0:T]) = 0 \text{ [J]}$.

ה. $W_{1\Omega}([0:T]) = \frac{\pi}{\omega} I_1^2 \text{ [J]}$; $p_{1\Omega}(t) = \frac{1}{2} I_1^2 (\cos(2\omega t + 2\varphi_{I_1}) + 1)$.

(7) א. $S_{S1} = (58.615 + 57.85j) \text{ VA}$, $P_{S1,AVG} = 58.615 \text{ W}$, $P.F.(S_1) = 0.711$.

$S_{S2} = (6.58 - 2.975j) \text{ VA}$, $P_{S2,AVG} = 6.58 \text{ W}$, $P.F.(S_2) = 0.911$.

ב. $S_{S1} = (58.935 + 51.55j) \text{ VA}$, $P_{S1,AVG} = 58.935 \text{ W}$, $P.F.(S_1) = 0.752$.

$S_{S2} = (-5.4 + 3.68j) \text{ VA}$, $P_{S2,AVG} = -5.4 \text{ W}$, $P.F.(S_2) = -0.826$.

(8) א. $z_L = (1.92 - 1.44j) \Omega$, $P_{AVG} = 5.4 \text{ W}$.

ב. 2.63% . ג. מקור המתח הבי"ת - ספק, מקור המתח התלוי - צרכן.

ד. $P_{in} = P_{out} = 205.2 \text{ W}$, $Q_{in} = Q_{out} = 72 \text{ VAR}$.

מעגלי תהודה:

סיכום כללי:

תהודה - הגדרה ראשונה:

תדר תהודה במעגל הינו תדר העירור עבורו עכבת המעגל השקולה היא ממשית טהורה.

נסמן את תדר התהודה ב- ω_0 וערכו במעגל RLC טורי הוא: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$

או במונחים של Hz: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Hz]}$

סיכום - תופעת התהודה במעגל RLC טורי:

- בתדר התהודה עכבת המעגל היא גודל ממשי וערכה המוחלט הוא הקטן ביותר.
- בתדר התהודה הזרם במעגל הוא הגדול ביותר.
- תהודה של מעגל RLC טורי נקראת תהודת מתחים מכיוון שהמתחים על הקבל והסליל שווים בגודלם והפוכים בסימנם.
- במצב תהודה, המתח על פני הקבל או הסליל יכול להיות גדול יותר מערכו של מתח המקור.

סיכום - תופעת התהודה במעגל RLC מקבילי:

- בתדר התהודה עכבת המעגל היא גודל ממשי וערכה המוחלט הוא הגדול ביותר.
- בתדר התהודה הזרם במעגל הוא הקטן ביותר.
- תהודה של מעגל RLC מקבילי נקראת תהודת זרמים מכיוון שהזרמים על הקבל והסליל שווים בגודלם והפוכים בסימנם.
- במצב תהודה, הזרם שעובר מהקבל לסליל ולהיפך יכול להיות גדול יותר מערכו של מקור הזרם.

תהודה - הגדרה שנייה:

תדר התהודה הינו התדר עבורו האנרגיה החשמלית הממוצעת האגורה במעגל שווה לאנרגיה המגנטית הממוצעת האגורה בו. (הממוצעים מתייחסים למחזור שלם).

$$\langle W_E \rangle = \langle W_M \rangle .$$

גורם הטיב במעגלי תהודה:

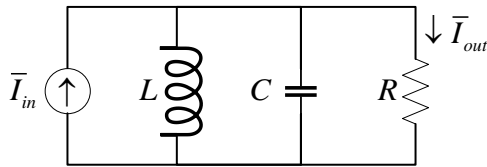
גורם האיכות/הטיב של המעגל (הקרוי גם: Q-Factor) מוגדר היחס שבין האנרגיה הכוללת לאנרגיה המבזבזת במעגל באופן הבא:

$$Q = 2\pi \frac{\langle W_{\text{Total}} \rangle}{\langle W_{\text{Loss}} \rangle}$$

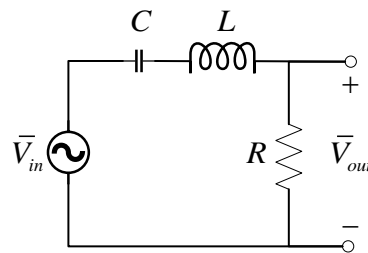
פונקציות תמסורת של מעגלי RLC:

נתייחס לפונקציות תמסורת יסודיות במעגלי RLC באופן הבא:

מעגל RLC מקבילי



מעגל RLC טורי



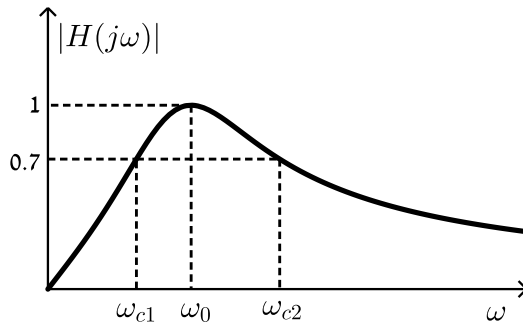
נסמן את היחס במעגל טורי: $H(j\omega) = \frac{\bar{V}_{out}}{\bar{V}_{in}}$ ובמעגל מקבילי: $H(j\omega) = \frac{\bar{I}_{out}}{\bar{I}_{in}}$.

הגודל $H(j\omega)$ הינו פונקציה מרוכבת של התדר והוא קרוי פונקציית התמסורת של המעגל.

תדרי מחצית ההספק ורוחב הסרט של מעגל תהודה:

נסמן את תדרי הקצה של פס המעבר של מעגל תהודה ב- ω_{c1} , ω_{c2} (או: f_{c1} , f_{c2}). נגדיר את רוחב הסרט של פונקציית התמסורת בתור תחום התדרים שבהם יותר ממחצית מהספק הכניסה מועבר לעומס ונקבל:

$$BW = f_{c2} - f_{c1} = \frac{1}{2\pi} (\omega_{c2} - \omega_{c1}) = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L} \text{ [Hz]}$$

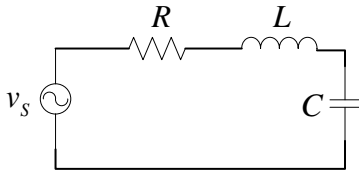


קשר בין תדר התהודה ותדרי הקיטעון במעגל RLC : $\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1} \cdot \omega_{c2}}$
 (וכן כמובן : $f_0 = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$).

סיכום כללי:

מעגל RLC מקבילי	מעגל RLC טורי	סימון ויחידות	שם
$\omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L} = R \sqrt{\frac{C}{L}}$	$\frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$	Q	גורם איכות
$\pm \frac{1}{2RC} + \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 + \omega_0^2}$	$\pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \omega_0^2}$	$\omega_{c1}, \omega_{c2} \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$	תדרי קיטעון
$\frac{1}{2\pi} \frac{1}{RC}$	$\frac{1}{2\pi} \frac{R}{L}$	$BW \text{ [Hz]}$	רוחב סרט

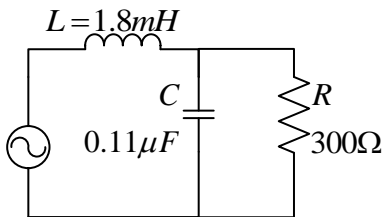
שאלות:



1) לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$$v_s(t) = 10 \cos(3000t) \text{ V}, R = 4\Omega, L = 3 \text{ mH}$$

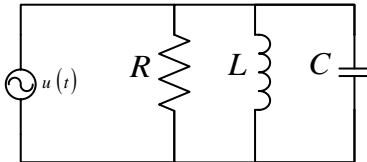
- חשב את ערכו של הקבל לקבלת זרם מירבי במעגל עבור תדר הפעולה של מקור הכניסה.
- מהו ההספק המירבי של המעגל?
- חשב את רוחב הפס של המעגל ואת תדרי הקיטעון.
- מהו ה-Q-factor של המעגל?



2) באיור שלפניך מתוארים נגד עומס,

קבל וסליל המחוברים למחולל זרם חילופין.

- תדר אות מתח החילופין שמפיק המחולל הוא 11.311 kHz. האם המעגל נמצא בתהודה?
- כאשר מחולל האות מפיק מתח שהתדר שלו הוא 0 Hz, האם המעגל נמצא בתהודה?

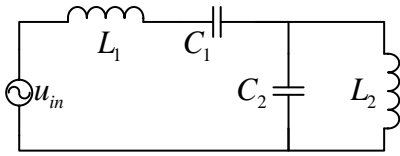


3) לפניך המעגל הבא:

$$\text{נתון: } R = 50\Omega, C = 0.1\mu\text{F}$$

תדר התהודה של המעגל הוא $f_0 = 15.915 \text{ kHz}$.

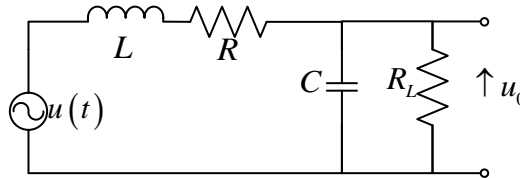
- מצא את השראות הסליל.
- חשב את גורם האיכות של המעגל.
- מצא תדרים עבורם עכבת המעגל השקולה קטנה פי 2 מערכה בתהודה.
- סרטט גרף של עכבת המעגל כתלות בתדר וסמן בו את תדר התהודה ואת התדרים שמצאת בסעיף הקודם.



- 4) במעגל הנתון מקור המתח הינו בעל תדירות הניתנת לשינוי.
נתון: $C_1 = 2.2 \mu\text{F}$, $L_1 = 3 \mu\text{H}$
 $C_2 = 2.2 \mu\text{F}$, $L_2 = 8 \mu\text{H}$

- א. באיזו תדירות זוויתית צריכת הזרם תהיה מזערית?
ב. מה היחס בין מתח המקור למתח על L_2 בזמן צריכת זרם מינימלית?

- 5) מקור המתח שבאיור מפיק מתח: $u(t) = 10 \cos(\omega t) \text{ V}$
ערכי רכיבי המעגל הם: $R = 10 \Omega$, $L = 5 \text{ mH}$, $C = 0.5 \mu\text{F}$, $R_L = 500 \Omega$.
חשב את התדירות הזוויתית של תהודה ω_0 ואת מתח התהודה $u_0(\omega_0)$.



- 6) יש לתכנן מעגל מסנן מסוג BPF (מסנן מעביר פס) טורי שאליו מחובר מקור מתח סינוסי בעל אימפדנס פנימי של 120 אוהמים (המחובר למקור בטור). למוצא המסנן מחובר עומס, במקביל אליו, של $R_L = 375 \Omega$. ידוע כי תדר

$$\text{התהודה של המעגל המסנן הוא } 40 \text{ k} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$$

גורם האיכות הוא 8 וערך הקיבול של המעגל הוא 5 nF .

- א. סרטט סכמה כללית של מבנה המעגל.
ב. מצא את ערכי ההתנגדות האוהמית והשראות הסליל של מעגל המסנן.
ג. מצא את גורם האיכות של המערכת הכוללת ואת רוחב הפס שלה.
ד. מחברים במקביל לעומס אלמנט קיבולי שגודלו הוא 10 nF .
- כיצד הדבר ישפיע על תוצאות סעיף ב'?
 - כתוב משוואה למציאת תדר התהודה של המערכת כולה ותן פתרון אנליטי שלה. חשב את ערך תדר התהודה עצמו והסבר את התוצאה.
 - כתוב ביטוי אנליטי לגורם האיכות של המערכת כולה. הבע באמצעות ω_0 במידת הצורך וחשב את ערכו. הסבר את התוצאה.
 - הסבר באופן איכותי בלבד האם רוחב הסרט במקרה זה גדל או קטן ביחס לרוחב הסרט שחישבת בסעיף ג'.

תשובות סופיות:

- (1) א. $C = 37 \mu\text{F}$ ב. $P_{\max} = 12.5 \text{ W}$
 ג. $BW = 212.2 \text{ Hz}$, $f_{c1} = 695.48 \text{ Hz}$, $f_{c2} = 483.27 \text{ Hz}$ ד. $Q = 2.25$
- (2) א. אין תהודה כי לעכבה יש חלק מדומה: $z = (46.151 + 19.686j) \Omega$
 ב. אין תהודה כי מדובר במתח DC.
 א. $L = 1 \text{ mH}$ ב. $Q = 0.5$ ג. 59.37 kHz , 1.72 kHz
 ד. ראה גרף בסרטון הוידאו.
- (4) א. $\omega = 238,365 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. 1.
- (5) א. $\omega_0 = 19596 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ב. $u_{0\max} = 33.33 \text{ V}$
- (6) א. ראה סרטוט בסרטון הוידאו. ב. $R = 625 \Omega$, $L = 125 \text{ mH}$
 ג. $Q_T = 14.11$, $BW = 451.2 \text{ Hz}$ ד. i. לא ישפיע כלל.
 ד. ii. $\omega_0 = 40.408 \text{ k} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC(1+R_{eq}^2 C_L^2) - R_{eq}^2 C_L^2(1-C)}} \approx \frac{1}{\sqrt{LC - R_{eq}^2 C_L^2}}$
 ד. iii. $Q = \frac{\frac{1}{\omega_0 C} + \omega_0 L + \frac{1}{\omega_0 C} \frac{(\omega_0 R_{eq} C_L)^2}{1 + (\omega_0 R_{eq} C_L)^2}}{2R_{in} + \frac{2R_{eq}}{1 + (\omega_0 R_{eq} C_L)^2}} = 10.8$ (ראה הסבר בסרטון הוידאו).
 ד. iv. רוחב הסרט יגדל.

תוכן העניינים:

2	מבוא להנדסת חשמל
2	פונקציות תמסורת, סרטוטי בודה והתמרת לפלס
2	פונקציות תמסורת :
2	סיכום כללי :
3	שאלות :
7	תשובות סופיות :
9	סרטוטי בודה :
9	סיכום כללי :
10	סרטוטי בודה :
11	שאלות :
14	תשובות סופיות :
16	התמרות לפלס :
16	סיכום כללי :
20	שאלות :
22	תשובות סופיות :

מבוא להנדסת חשמל

פונקציות תמסורת, סרטוטי בודה והתמרת לפלס

פונקציות תמסורת:

סיכום כללי:

רוחב סרט:

אוסף כל התדרים המרכיבים אות מסוים.

פונקצית תמסורת:

היחס שבין פאזור המוצא לבין פאזור הכניסה של מעגל כלשהו:

$$H(j\omega) = \frac{\hat{v}_{out}}{\hat{v}_{in}} \quad .1$$

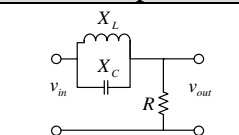
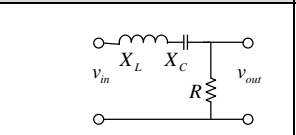
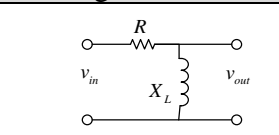
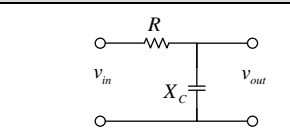
$$H(j\omega) = \frac{\hat{i}_{out}}{\hat{i}_{in}} \quad .2$$

$$H(j\omega) = \frac{\hat{v}_{out}}{\hat{i}_{in}} \quad .3$$

$$H(j\omega) = \frac{\hat{i}_{out}}{\hat{v}_{in}} \quad .4$$

לפונקצית התמסורת מקובל גם לקרוא "תגובת התדר של המעגל".

סוגי מסננים:

מסנן חוסם פס Band Stop Filter	מסנן מעביר פס Band Pass Filter	מסנן מעביר גבוהים High Pass Filter	מסנן מעביר נמוכים Low Pass Filter
			

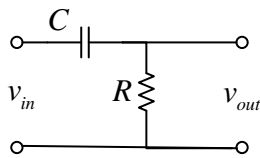
שאלות:

1) לפיך מספר פונקציות תמסורת שונות. קבע את סוגן בכל מקרה:

א. $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ ב. $H(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$

ג. $H(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 LC}{1 - 2\omega^2 LC}$ ד. $H(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$

ה. $H(j\omega) = \frac{R}{jR\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + \frac{L}{C}}$ ו. $H(j\omega) = \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - 2\omega^2 LC) + j\omega L}$



2) לפיך המעגל הבא ובו: $C = 4\mu F$, $R = 1k\Omega$.

א. כתוב את פונקצית התמסורת של המעגל.

ב. מצא את תדר מחצית ההספק.

ג. מצא את אמפליטודת מתח המוצא עבור

מתח כניסה של: $v_{in}(t) = 5 \sin(10t)$ [v].

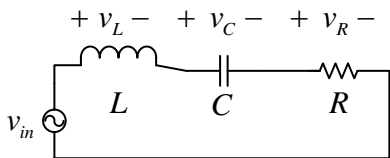
ד. מצא את אמפליטודת מתח המוצא עבור מתח כניסה: $v_{in}(t) = 5 \sin(1000t)$ [v].

ה. הסבר את מהות ההבדל בין סעיפים ג' ו-ד'.

3) בשאלה זו נעמוד על המשמעות של גורם האיכות והיכולת לבטא באמצעותו

גדלים שונים במעגלים. נתון המעגל RLC טורי הבא:

מסמנים את המתחים על פני כל רכיב כמתואר באיור.



א. מצא את פונקציות התמסורת הבאות:

$$H_R(j\omega) = \frac{\tilde{v}_R}{\tilde{v}_{in}}, H_L(j\omega) = \frac{\tilde{v}_L}{\tilde{v}_{in}}, H_C(j\omega) = \frac{\tilde{v}_C}{\tilde{v}_{in}}$$

ב. פשט את הביטויים שקיבלת ע"י הצבה: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ו- $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

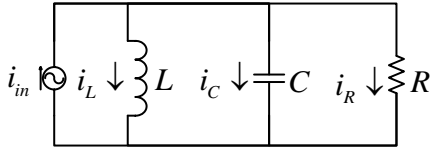
ג. הראה כי עבור אות כניסה סינוסי בתדר ω_0 נקבל כי פונקציות

התמסורת של הסליל

והקבל מתבטלים ופונקצית התמסורת של הנגד מעבירה את כל האות.

ד. האם ניתן לומר כי מפל המתח על הסליל או הקבל הוא אפס? נמק.

4) בשאלה זו נעמוד על המשמעות של גורם האיכות והיכולת לבטא באמצעותו גדלים שונים במעגלים. נתון המעגל RLC מקבילי הבא:
מסמנים את הזרמים על פני כל רכיב כמתואר באיור.



א. מצא את פונקציות התמסורת הבאות:

$$H_R(j\omega) = \frac{\tilde{i}_R}{\tilde{i}_{in}}, H_L(j\omega) = \frac{\tilde{i}_L}{\tilde{i}_{in}}, H_C(j\omega) = \frac{\tilde{i}_C}{\tilde{i}_{in}}$$

ב. פשט את הביטויים שקיבלת ע"י הצבה: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ו- $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$.

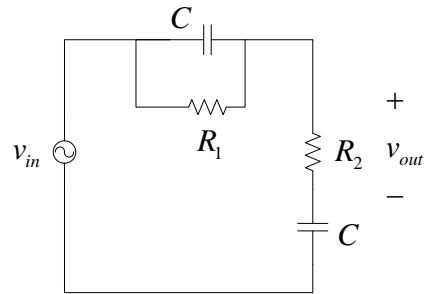
ג. הראה כי עבור אות כניסה סינוסי בתדר ω_0 נקבל כי פונקציות התמסורת של הסליל והקבל מתבטלים ופונקציית התמסורת של הנגד מעבירה את כל האות.

ד. האם ניתן לומר כי הזרם העובר בסליל או בקבל הוא אפס? נמק.

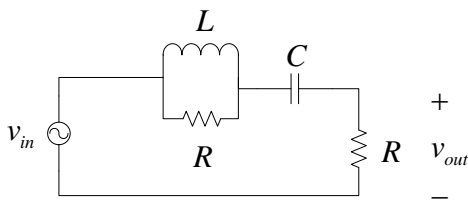
5) מצא את פונקציית התמסורת $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$ בכל אחד מהמעגלים הבאים וקבע

איזה סוג מסנן מממש המעגל (הבע באמצעות הפרמטרים של המעגל הנתון):

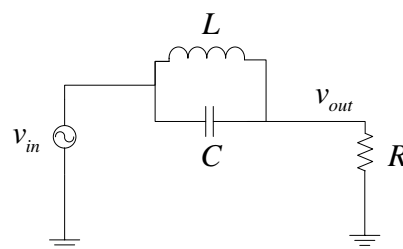
א.



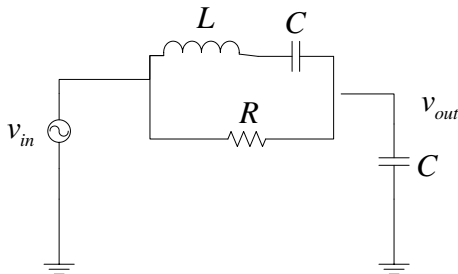
ב.



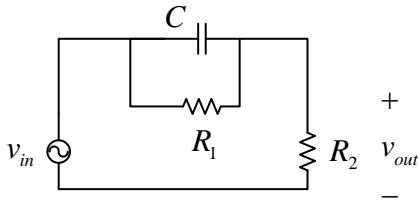
ג.



ד.



6) לפניך המעגל הבא :



א. מצא את יחס התמסורת: $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$

ב. בדוק לאלו ערכים שואפת פונקציית

התמסורת כאשר $\omega \rightarrow 0$ וכאשר $\omega \rightarrow \infty$.

ג. צייר גרף תדרי של הערך המוחלט של פונקציית התמסורת.

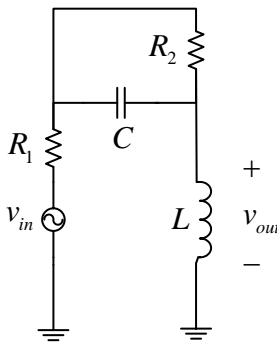
ד. מה תוכל להסיק על פונקציית התמסורת של המעגל?

האם המעגל הנ"ל מתפקד כמסנן כלשהו? אם כן איזה?

7) המעגל שלפני מוזן ע"י מקור מתח $v_{in}(t)$ שהוא פונקציה

סינוסידיאלית בתדר ω . מתח המוצא של המעגל מסומן

על הסליל בתור $v_{out}(t)$ כמתואר באיור.



א. מצא את יחס הפאזורים $H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$ כפונקציה של R_1, R_2, C, L, ω .

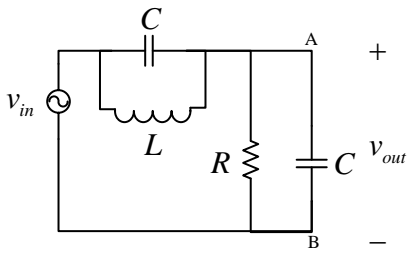
ב. תחת ההנחה כי $v_{in}(t)$ מתאר כניסה כלשהי למערכת (בתדרים שונים)

ו- $v_{out}(t)$ מתאר את מוצא המערכת הנ"ל, איזה סוג של מסנן מממש המעגל?

ג. נתון אות כניסה: $v_{in}(t) = \sqrt{8} \sin\left(10t + \frac{\pi}{3}\right)$ [v]

רכיבי המעגל הם: $R_1 = 4\Omega, R_2 = 6\Omega, C = 10\mu F, L = 1mH$. מצא את $v_{out}(t)$.

ד. כיצד תשתנה התוצאה של הסעיף הקודם אם כעת: $v_{in}(t) = \sqrt{8} \sin\left(10^3 t + \frac{\pi}{3}\right)$ [v]?



8) נתון המעגל הבא :

א. מצא את פונקציית התמסורת

$$H(j\omega) = \frac{\tilde{v}_{out}}{\tilde{v}_{in}}$$

ב. חשב את $|H(j\omega)|$ וקבע באיזה סוג מסנן מדובר.

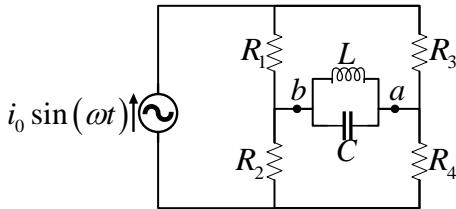
תן הסבר אינטואיטיבי לקביעתך.

ג. מצא עומס בתדר ω_L : $Z_L(\omega_L)$, שיש לחבר בין

ההדקים A ו-B על מנת שנקבל עליו הספק ממוצע מירבי בתדר הנ"ל.

ד. נתונים : $R = 1\Omega$, $L = 10mH$, $C = 1\mu F$.

באיזה תדר ירד ההספק על העומס לרבע מערכו המירבי?



9) במעגל שלפניך נתונים : $i_0, R_1, R_2, R_3, R_4, C, L$.

הנח כי הקבל והסליל הינם אידיאליים.

א. מצא את שקולי נורטון $(R_N$ ו- i_N)

שמעגל ה-RLC המקבילי רואה מבעד

הנקודות a ו-b.

הערה : תוכל למצוא תחילה את שקולי תבנית, V_{TH} ו- R_{TH}

תחילה ואז לבצע המרה למעגל נורטון מתאים.

בסעיפים הבאים תוכל להשתמש ב- i_N ו- R_N כך שהם לא תלויים בתשובה

שקיבלת בסעיף א'.

ב. כתוב ביטוי לפונקציית התמסורת $H(j\omega) = \frac{i_{ab}}{i_0}$.

הגדר את ω_0 ו- Q וכלול בביטוי הסופי אך ורק אותם.

ג. מהו סוג המסנן שהמעגל מממש? הסבר ע"י חישוב מתאים.

תשובות סופיות:

- (1) א. מעביר נמוכים. ב. מעביר גבוהים. ג. חוסם פס.
 ד. מעביר נמוכים. ה. מעביר פס. ו. חוסם פס.

(2) א. $H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ ב. $f_{1/2} \approx 39.78\text{Hz}$

ג. $A = 0.2\text{V}$ ד. $A = 4.85\text{V}$ ה. הפונקציה שמממש המעגל היא HPF ולכן ככל שתדר הכניסה גדול יותר כך אמפליטודת המוצא תהיה גדולה יותר ותשאף לאמפליטודת הכניסה.

(3) א. $H_R(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$; $H_L(j\omega) = \frac{-\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$ ב. $H_C(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}$

ג. $H_R(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$; $H_L(j\omega) = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

ד. לא. $H_C(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

(4) א. $H_R(j\omega) = \frac{j\omega \frac{L}{R}}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$; $H_L(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$

$H_C(j\omega) = \frac{-\omega^2 LC}{1 - \omega^2 LC + j\omega \frac{L}{R}}$

ג. $H_R(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$; $H_L(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

ד. לא. $H_C(j\omega) = \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{1}{Q}}$

א. $H(j\omega) = \frac{-\omega^2 R_1 R_2 C + j\omega R_2 C}{1 - \omega^2 C^2 R_1 R_2 + j\omega C (R_2 + 2R_1)}$ מסנן מעביר גבוהים (HPF). (5)

ב. $H(j\omega) = \frac{-\omega^2 RLC + j\omega R^2 C}{R(1 - 2\omega^2 LC) + j\omega(\omega R^2 C + L)}$ מסנן מעביר גבוהים (HPF).

ג. מסנן חוסם פס (BSF), $H(j\omega) = \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - \omega^2 LC) + j\omega L}$

ד. מסנן מעביר נמוכים (LPF), $H(j\omega) = \frac{1 - \omega^2 LC + j\omega RC}{1 - \omega^2 LC + j\omega RC(2 - \omega^2 LC)}$

א. $H(j\omega) = \frac{R_2(1 + j\omega R_1 C)}{R_1 + R_2 + j\omega R_1 C}$ ב. $H(j\omega \rightarrow 0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$, $H(j\omega \rightarrow \infty) = 1$ (6)

ד. המעגל לא מתפקד כמסנן היות ולא קיים תחום תדרים אותם הוא חוסם.

א. מסנן HPF, $H(j\omega) = \frac{-\omega^2 R_2 LC + j\omega L}{R_1 + R_2 - \omega^2 R_2 LC + j\omega(L + R_1 R_2 C)}$ (7)

ד. $v_{out}(t) = 0.28 \sin(1000t + 0.81\pi)$ [v]

ג. $v_{out}(t) = \sqrt{8} \sin\left(10t + \frac{5\pi}{6}\right)$ [v]

ב. $|H(j\omega)| = \frac{R|1 - \omega^2 LC|}{\sqrt{R^2(1 - 2\omega^2 LC)^2 + (\omega L)^2}}$

א. $H(j\omega) = \frac{R(1 - \omega^2 LC)}{R(1 - 2\omega^2 LC) + j\omega L}$ (8)

ג. $Z_L(\omega_L) = \left(\frac{j\omega_L L}{1 - 2\omega_L^2 LC + j\omega_L \frac{L}{R}} \right)^*$

מסנן חוסם פס (BSF).

ד. $\omega_L \approx 173 \frac{\text{rad}}{\text{sec}} \rightarrow f_L \approx 27.56 \text{Hz}$

א. $R_N = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$; $I_N = \frac{R_2(R_3 + R_4) - R_4(R_1 + R_3)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} i_0$ (9)

ב. מסנן BSF, $H(j\omega) = \frac{\varepsilon \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)Q}$

סרטוטי בודה:

סיכום כללי:

הדציבל:

גודל חסר יחידות המתאר את היחס שבין שני הספקים בסקלה לוגריתמית לפי

$$\text{Number of Decibels} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_o}{P_i} \right) \quad \text{בסיס 10}$$

קשר בין דציבלים ליחסי זרמים ומתחים:

$$\text{Number of Decibels} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_o}{P_i} \right) = 20 \log_{10} \frac{V_{out}}{V_{in}} = 20 \log_{10} \frac{I_{out}}{I_{in}}$$

טבלת ערכי דציבלים שכיחים:

dB	Ratio for Power	Ratio for voltage/current
0	1	1
3	2	1.41
6	4	2
10	10	3.16
15	31.62	5.62
20	10^2	10
30	10^3	31.62
40	10^4	10^2
60	10^6	10^3
80	10^8	10^4

דציבל כיחידת הספק:

יחידת הספק המיוחסת להספק של 1mW באופן הבא:

$$1 \text{ dBm} = 10 \log_{10} \frac{P}{P_{in}} \Big|_{P_{in}=1\text{mW}} = 10 \log_{10} \frac{P}{10^{-3} [\text{W}]}$$

סרטוטי בודה:

הגדרה:

זוג גרפים אשר מתארים את האמפליטודה של פונקציה מרוכבת מסוימת ואת הפאזה שלה. נתייחס לפונקציות תמסורת מהצורה: $H(j\omega) = |H(j\omega)| \cdot \angle H(j\omega)$ אשר ניתנת לכתובה באופן כללי ע"י מכפלת האפסים של כל פולינום:

$$H(j\omega) = \frac{k_0 \cdot \prod_{i=1}^N (j\omega + z_i)}{\prod_{i=1}^M (j\omega + p_i)}$$

גרף בודה של אמפליטודת (הגבר) פונקציות תמסורת:

גרף של A כפונקציה של ω בסקלה לוגריתמית לפי: $A_{dB} = 20 \log_{10}(|H(j\omega)|)$.

גרף בודה של פאזה של פונקציות תמסורת:

גרף של $\angle H(j\omega)$ כפונקציה של ω בסקלה לוגריתמית לפי:

$$\angle H(j\omega) = \sum_{i=1}^N \tan^{-1}(j\omega / z_i) - \sum_{i=1}^M \tan^{-1}(j\omega / p_i)$$

כאשר p_i הם קטבי הפונקציה ו- z_i הם אפסי הפונקציה.

שאלות:

שאלות הקדמה כלליות:

- (1) נתונה מערכת מסוימת בעלת הגבר G . חשב את הגדלים הבאים:
- מצא כמה דציבלים שווים להגבר הספק פי 5 (כלומר: $G=5$).
 - מצא כמה דציבלים שווים לניחות פי 8 (כלומר: $G=1/8$) של הספק המוצא ביחס להספק הכניסה.
 - מצא את ההגבר של המערכת אם ידוע כי היא נותנת 27 dB.
 - משרשרים שתי מערכות עם הגבר G זו לזו. ידוע כי ההגבר הכולל הוא 30 dB. מצא את G (כלומר את ההגבר הפיזי של כל מערכת).
- (2) הספק כניסה למערכת מסוימת הוא 5 dBm. ידוע כי למערכת שני הגברים המשורשרים בזה אחר זה. ההגבר הראשון מוציא הספק הגדול פי 100 מהספק הכניסה וההגבר השני מוציא הספק הגדול פי 300 מהספק הכניסה שלו. במוצא המערכת קיים מנחת של 3 dB.
- מהו הספק הכניסה של המערכת ביחידות של [W]?
 - מהו ההגבר הכולל של המערכת (כלומר: שני מגברים ומנחת).
 - מה הוא הספק המוצא של המערכת (ב-dBm וב-[W])?

שאלות חישוב:

- (3) סרטט דיאגרמות בודה (אמפליטודה ופאזה) לתגובות התדר הבאות וציין את ערכי הפונקציה בנקודות השבירה ואת השיפועים.

א.
$$H(j\omega) = \frac{-20}{j\omega + 100}$$

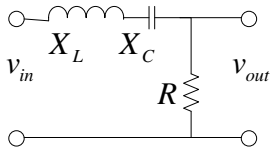
ב.
$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 2}{j\omega + 5}$$

ג.
$$H(j\omega) = \frac{1}{(j\omega + 1)(j\omega + 30)}$$

ד.
$$H(j\omega) = \frac{2000}{(j\omega)^4}$$

4) סרטט דיאגרמות בודה מקורבות של פונקציות התמסורת הבאות :

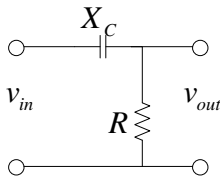
א. $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ ב. $H(j\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$



5) לפניך המעגל הבא :

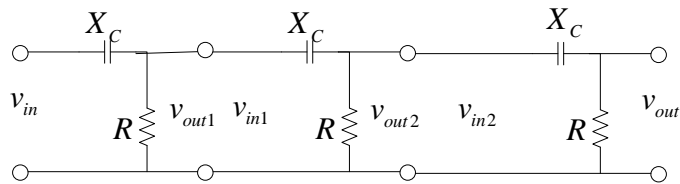
נתון : $L = 100\text{mH}$, $C = 10\text{mF}$, $R = 11\Omega$

- א. כתוב את פונקצית התמסורת של המעגל.
- ב. סרטט גרף בודה של אמפליטודת פונקצית התמסורת.
- ג. חשב את הערך של $20\log_{10}|H(j\omega)|$ עבור $\omega = 50 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ו- $\omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ וסמן את הנקודות על הגרף שסרטטת.
- ד. נניח כי מכניסים אות כניסה $v_{in}(t) = 8\sin(500t - 30^\circ)$ [V] למעגל. העזר בסרטוט שעשית כדי לחזות את אמפליטודת המוצא $v_{out}(t)$ במצב היציב של המעגל.



6) לפניך המעגל הבא :

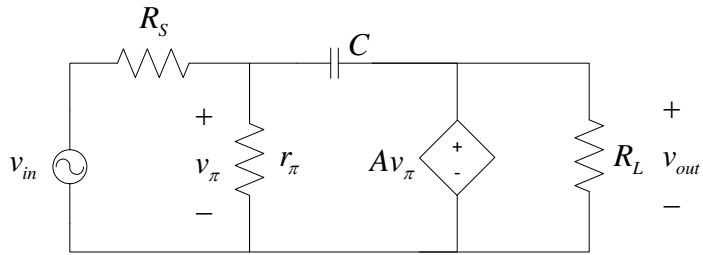
- א. קבע לגבי המעגל :
 - i. מהי פונקצית התמסורת של המעגל?
 - ii. איזה מסנן מממש המעגל?
 - iii. מהו תדר הברך של המעגל?
- ב. לוקחים 3 מעגלים הזהים למעגל המתואר בסרטוט ומשרשרים אותם בזה אחר זה כמתואר באיור :



- i. האם המעגל מתפקד כמסנן מאותו הסוג?
- ii. האם תדר הברך זהה?
- iii. סרטט דיאגרמת בודה (אמפליטודה ופאזה) של המעגל הכולל.
- iv. הסבר כיצד שירשור של 3 מעגלים משפיע על פעילות המעגל.
- v. נסמן ב- ω_c את תדר הברך של המעגל הכולל. הערך את אמפליטודת אות המוצא עבור הכניסות :

$$v_{in1}(t) = 5\sin(10\omega_c + 30^\circ)$$
 [V] ; $v_{in2}(t) = \sqrt{10}\cos(0.1\omega_c - 45^\circ)$ [V]

7) נתון המעגל הבא :



- א. מצא ביטוי להגבר A כתלות ברכיבי המעגל בלבד אשר יבטיח מעבר מלא של אות ברוחב סרט של B (כלומר האות מכיל את התדרים: $[0 : B]$) והראה כיצד הוא משפיע על אופי המסנן באמצעות דיאגרמות בודה.
- ב. מה יהיה הגבר המעגל בפס המעבר?

תשובות סופיות:

1) א. 7dB ב. -9dB ג. 500 ד. $G \approx 31$

2) א. 3.16 mW ב. 41.7dB ג. $46.7 \text{ dBm} = 47.54 \text{ W}$

3) ראה סרטוטים והסברים מלאים בסרטוני הוידאו.

4) סרטוטים בסוף התשובות.

5) א. $H(j\omega) = \frac{110j\omega}{-\omega^2 + 110j\omega + 1000}$ ב. סרטוטים בסוף התשובות.

ג. $A_{dB} = 20 \log_{10} |H(50j)| = 1 \text{ dB}$, $A_{dB} = 20 \log_{10} |H(1000j)| = -19 \text{ dB}$
 ד. $A \approx 1.8 \text{ V}$

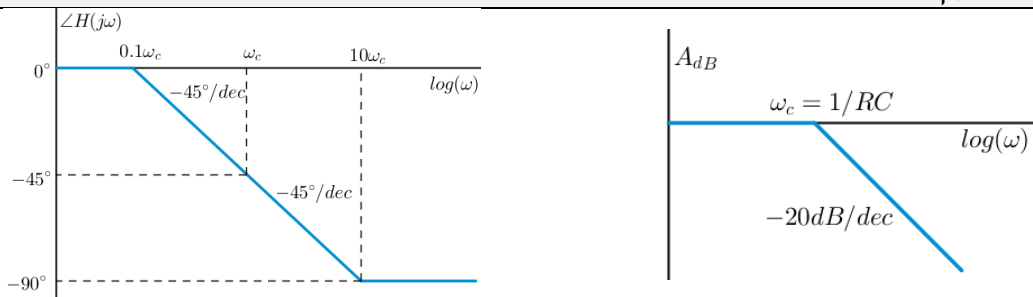
6) א. i. $H(j\omega) = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$ ii. מסנן HPF. iii. $f_c = \frac{1}{RC}$

ב. i. כן. ii. כן. iii. להלן סרטוטים.
 ב. iv. שרשרת המעגל גורר חדות פי N של פס הקטעון ביחס לפס המעבר ויוצר שינוי פאזה הגדול פי N ביחס למעגל המקורי.
 ב. v. $\sqrt{10} \text{ mV}$

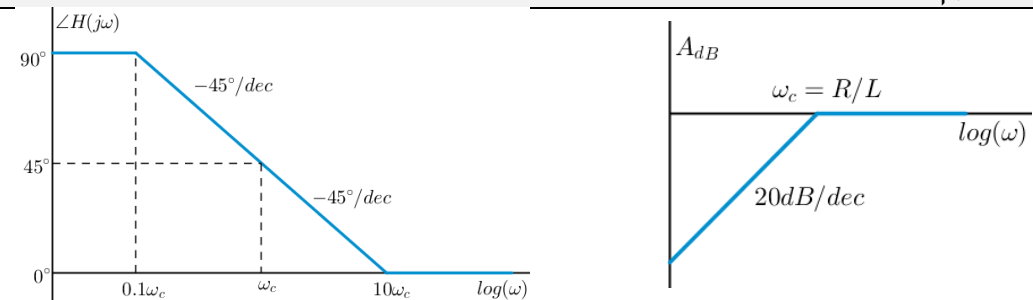
7) א. $A = \frac{BCR_S r_\pi - R_S - r_\pi}{BCR_S r_\pi}$ ב. $K = 20 \log_{10} \left(A \frac{r_\pi}{r_\pi + R_S} \right)$

סרטוטי בודה (מקורבים) לשאלות:

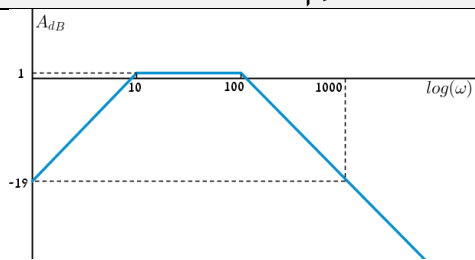
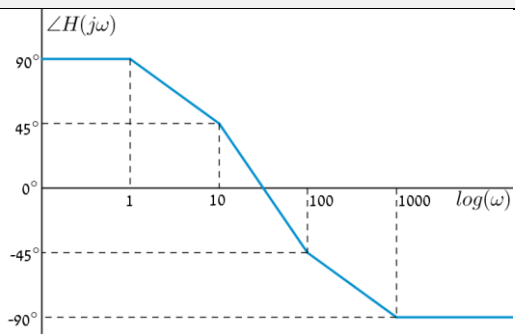
שאלה 4 סעיף א'



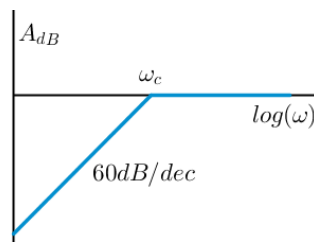
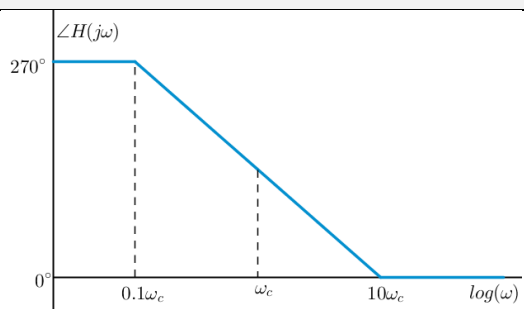
שאלה 4 סעיף ב'



שאלה 5 סעיף ב'



שאלה 6 סעיף ב'



התמרות לפלס:

סיכום כללי:

הגדרות:

$$\mathcal{Z}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt : \text{הגדרה מתמטית של התמרת לפלס}$$

התמרת לפלס מתאימה בין לפונקציה $f(t)$, פונקציה חדשה שתסומן $F(s)$.

$$F(s) = \mathcal{Z}\{f(t)\} : \text{סימון ההתמרה יהיה באופן הבא}$$

טבלת התמרות של פונקציות נפוצות:

ערך ההתמרה $F(s)$	ערך הפונקציה $f(t)$ עבור $t > 0^-$	שם האות
1	$\delta(t)$	הלם (Impulse)
$\frac{1}{s}$	$u(t)$	מדרגה (Step)
$\frac{1}{s^2}$	t	רמפה (Ramp)
$\frac{1}{s + \alpha}$	$e^{-\alpha t} ; \alpha > 0$	דעיכה מעריכית (Exponential)
$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\sin \omega t$	סינוס (Sine)
$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t$	קוסינוס (Cosine)
$\frac{1}{(s + \alpha)^2}$	$te^{-\alpha t} ; \alpha > 0$	רמפה דועכת (Dumped ramp)
$\frac{\omega}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha t} \sin \omega t ; \alpha > 0$	סינוס דועך (Dumped sine)
$\frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha t} \cos \omega t ; \alpha > 0$	קוסינוס דועך (Dumped cosine)

טבלת תכונות ההתמרה:

פעולה	ערך הפונקציה $f(t)$	ערך ההתמרה $F(s)$
כפל בקבוע	$k \cdot f(t)$	$k \cdot F(s)$
חיבור/חיסור	$f_1(t) \pm f_2(t)$	$F_1(s) \pm F_2(s)$
נגזרת ראשונה	$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0^-)$
נגזרת כללית	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0^-) - s^{n-2} \frac{df(0^-)}{dt} - s^{n-3} \frac{d^2 f(0^-)}{dt^2} - \dots - \frac{d^{n-1} f(0^-)}{dt^{n-1}}$
אינטגרל זמני	$\int_0^t f(x) dx$	$\frac{F(s)}{s}$
הזזה בזמן	$f(t-a)u(t-a), a > 0$	$e^{-as} F(s)$
הזזה במישור לפלס (בתדר)	$e^{-at} f(t)$	$F(s+a)$
שינוי סקלה	$f(at); a > 0$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
גזירה במישור לפלס (בתדר)	$tf(t)$	$-\frac{dF(s)}{ds}$
אינטגרציה במישור לפלס (בתדר)	$\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^\infty F(x) dx$

קטבים ואפסים של התמרת לפלס:

הביטוי שעליו נבצע התמרה הפוכה מיוצגת ע"י פונקציה רציונאלית מהצורה:

$$F(s) = \frac{P_N(s)}{Q_M(s)} = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{k_0 \cdot \prod_{n=1}^N (s + z_n)}{\prod_{m=1}^M (s + p_m)}$$

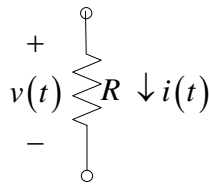
קוטב: ערך s שמאפס את המונה, כלומר: $s_n = -z_n$ הם אפסים של הפונקציה $F(s)$.

אפס: ערך s שמאפס את המכנה, כלומר: $s_n = -p_n$ הם קטבים של הפונקציה $F(s)$.

סימון רכיבים חשמליים במישור לפלס:

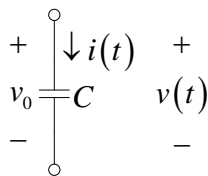
נסמן אותות זמניים באותיות קטנות, כגון: $v = v(t)$ ו- $i = i(t)$,
ואותות במישור לפלס באותות גדולות כגון: $\mathcal{F}\{v\} = V = V(s)$ ו- $\mathcal{F}\{i\} = I = I(s)$.

נגד:



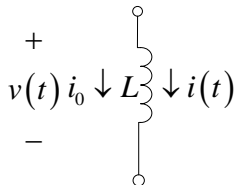
רכיב התנגדות טהורה מקיים את חוק אוהם: $v = i \cdot R$.
וכן גם במישור לפלס נקבל: $V = I \cdot R$ מאחר ו- R הוא גודל קבוע.

קבל:



קבל מקיים: $i = C \frac{dv_c}{dt}$ ולכן נקבל: $I = C[sV - v(0^-)]$.
ובפרט אם: $v(0^-) = 0V$ אז נקבל: $I = sCV$.

סליל:



סליל מקיים: $v = L \frac{di}{dt}$ ולכן נקבל: $V = L(sI - i(0^-))$.
ובפרט אם: $i(0^-) = 0A$ אז נקבל: $V = sLI$.

סכמות הכוללות תנאי התחלה:

$V = \left(\frac{1}{sC}\right)I + \frac{v(0^-)}{s}$	$I = sCV - C \cdot v(0^-)$
$V = sLI - i(0^-)L$	$I = \frac{V}{sL} + \frac{i(0^-)}{s}$

שימוש בהתמרת לפלס במעגלים חשמליים:

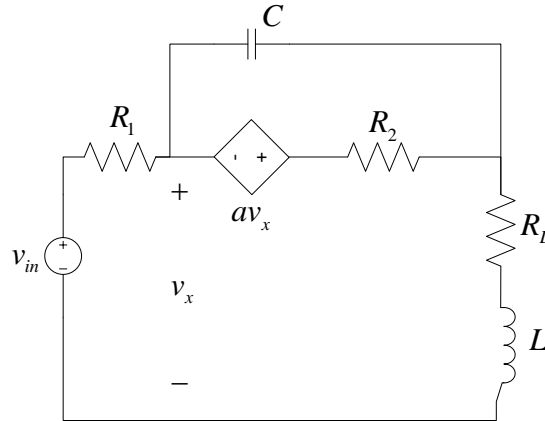
התמרת לפלס מאפשרת להפוך משוואות דיפרנציאליות למשוואות אלגבריות. נבצע את השלבים הבאים:

- (1) נמיר את כל רכיבי המעגל לביטוי השקול שלהם במישור לפלס.
- (2) נחבר משוואות לפי חוקי ניתוח מעגלים (KCL, KVL, סופרפוזיציה, שקולי תבנית ונורטון וכו').
- (3) נבודד את הגודל הרצוי מהמשוואות.
- (4) נבצע התמרה הפוכה למציאת אות המוצא.

שאלות:

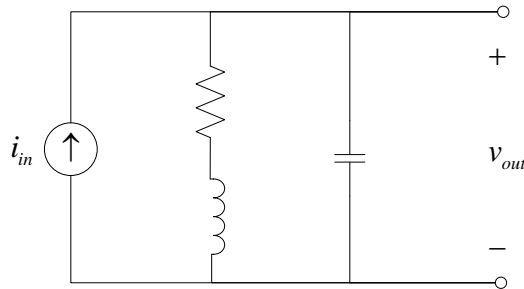
1) לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$v_{in}(t) = 12u(t)$, $R_1 = 4\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $a = 0.2$, $R_L = 10\Omega$, $C = 400\text{mF}$, $L = 2\text{H}$
ידוע כי לא אגורה אנרגיה ברכיבים.



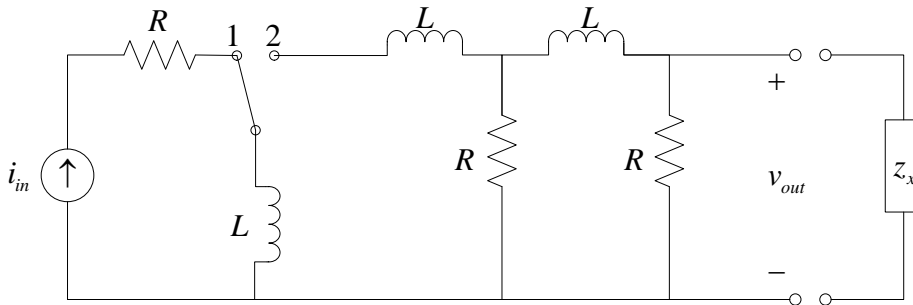
- מצא את שקול תבנית במישור לפלס.
- מצא את הביטוי במישור לפלס עבור הזרם שמגיע לעומס במעגל (כלומר ל- R_L ו- L).
- מצא את אות הזרם הזמני שמגיע לעומס ובדוק את נכונות הביטוי שקיבלת.

2) נגד של 2Ω , סליל של 1H וקבל של 0.1F מחוברים באופן המתואר בסמוך. אות הכניסה הוא i_{in} ומוצא המעגל הוא המתח v_{out} . ידוע כי לא אגורה אף אנרגיה בקבל ובסליל.



- כתוב את פונקציית התמסורת: $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_{in}(s)}$.
- צייר מפת קטבים ואפסים של פונקציית התמסורת והסבר מה ניתן ללמוד על המעגל.
- מוסיפים רכיב לא ליניארי במקביל לקבל אשר הזרם העובר דרכו נתון ע"י הביטוי: $i_x(t) = k \cdot \frac{d}{dt} v_L(t)$ כאשר k הוא קבוע חיובי כלשהו. כיצד תשתנה פונקציית התמסורת כעת וכיצד k ישפיע על מפת הקטבים והאפסים שלה?

- 3 במעגל שלפניך ישנו מקור זרם קבוע בגודל i_0 ומפסק דו-כיווני אשר נמצא במצב 1 במשך הרבה זמן. ברגע $t = 0$ מעבירים אותו למצב 2. כל הסלילים במעגל הם בעלי השראות L וכל הנגדים בעלי התנגדות R . מסמנים את זרם הכניסה ב- $i_{in}(t)$ ואת מתח המוצא ב- $v_{out}(t)$. בצד העומס מחובר רכיב כלשהו z_x .



- א. מצא ביטוי למתח המוצא במישור לפלס.
 ב. ידוע כי z_x מורכב משני רכיבים פאסיביים שונים (לכל היותר) המחוברים יחדיו (בטור או במקביל). האם קיים צירוף של רכיבים עבורו לזרם המוצא תהיה אי-רציפות כלשהי? נמק.

תשובות סופיות:

$$\text{א. } z_{\text{TH}}(s) = \frac{34+16s}{5+4s}, \quad V_{\text{TH}}(s) = \frac{24(2s+3)}{s(4s+5)} \quad (1)$$

$$\text{ב. } I_L(s) = \frac{24(2s+3)}{s(8s^2+66s+84)} \quad \text{ג. } i_L(t) = \left(\frac{6}{7} + 0.43e^{-s(8s^2)1.57t} - 7.3e^{-6.67t} \right) u(t)$$

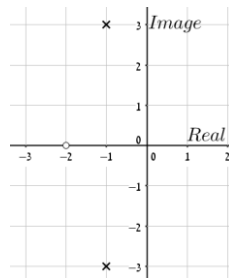
$$\text{א. } H(s) = \frac{10(s+2)}{s^2+2s+10} \quad \text{ב. סרטוט מפת קטבים ואפסים למטה.} \quad (2)$$

$$\text{ג. } H(s) = \frac{R+sL}{s^2(k+C)L+RCs+1}$$

התמסורת ובכך קובע את מידת האוסילציות שלה.

$$\text{א. } V_{\text{out}}(s) = \frac{-R^2 Li_0}{2L^2 s^2 + 5RLs + R^2} \quad \text{ב. לא.} \quad (3)$$

מפת קטבים ואפסים לשאלה 2 סעיף ב:



תוכן העניינים:

2.....	פרק 9
2.....	מגברי שרת
2.....	סרטון – מבוא למגברי שרת :
2.....	הגדרות יסודיות :
3.....	כללים :
4.....	פרמטרים מרכזיים של מעגלי הגבר :
4.....	מעגלי הגבר שכיחים :
5.....	תרגילים :
11.....	תשובות סופיות :
12.....	סרטון - אותות כניסה שונים במעגלי הגבר :
12.....	תרגילים :
15.....	תשובות סופיות :
16.....	סרטון – מעגלים גוזרים ואינטגרטורים :
16.....	סוגי מעגלים :
17.....	תרגילים :
18.....	תשובות סופיות :
20.....	סרטון – מגברי שרת מעשיים :
20.....	הגדרות כלליות :
21.....	תרגילים :
22.....	תשובות סופיות :
23.....	סרטון – ניתוח מעגלי הגבר במישור התדר :
23.....	תרגילים :
25.....	תשובות סופיות :

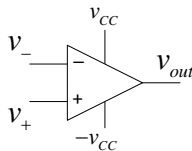
פרק 9

מגברי שרת

סרטון – מבוא למגברי שרת:

הגדרות יסודיות:

מגבר שרת הוא רכיב בעל יכולת להגביר אות. מקובל לסמן את ההגבר באות A (מלשון: Amplifier) או G (מלשון: Gain).



מגבר שרת מורכב משני כניסות, יציאה אחת ומתחי הזנה. אופן הסימון של מגבר שרת הוא כדלהלן, כאשר:

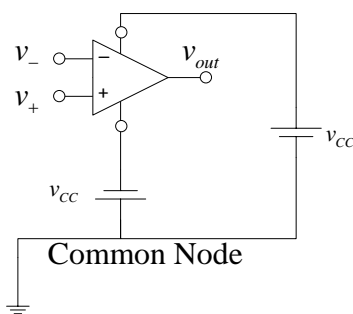
v_{CC} - מתח הזנה של המגבר (Supply voltage).

v_+ - כניסה לא מהפכת (noninverting input) של המגבר.

v_- - כניסה מהפכת (inverting input) של המגבר.

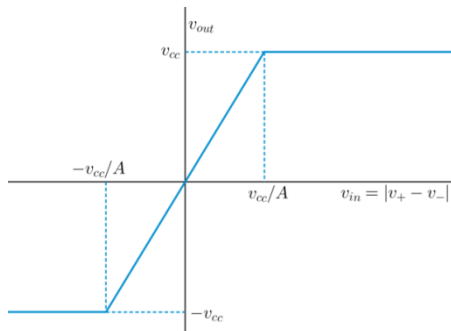
v_{out} - מתח המוצא של המגבר ביחס לאדמה.

קשר בין מתחי המבוא למתח המוצא: $v_{out} = A(v_+ - v_-)$ כאשר: $A \rightarrow \infty$.



סרטוט החיבורים המלא של מגבר שרת:

להלן סרטוט החיבורים המלא של מגבר שרת ובו מתחי ההזנה מחוברת באמצעות אדמה משותפת (Common node) לממתח חיובי ושילי:

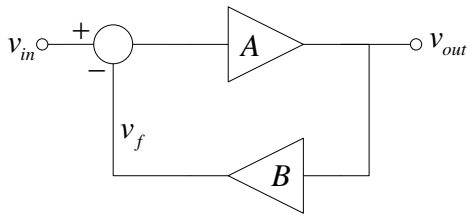


אופיין של מגבר שרת:

להלן אופיין מתח הכניסה והמוצא

של מגבר שרת $v_{out} = Av_{in}$ כאשר $v_{in} = v_+ - v_-$ ו- A הוא הגבר הרכיב:

משוב שלילי:



להלן המבנה הכללי של מערכת בקרה עם משוב שלילי. המעגל הראשי הוא בעל הגבר A ורשת המשוב מספקת הגבר B . ניתן לראות כי תחת

$$\text{ההנחה } A \rightarrow \infty \text{ מתקבל: } \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{1}{B}$$

סוגי הגברים:

- (1) ההגבר שמקיים את המשוואה: $v_{out} = A(v_+ - v_-)$ נקרא **הגבר בחוג פתוח** והוא מיוחס להגבר הישיר של המגבר, A_{OL} , אשר שואף לאינסוף: $A_{OL} \rightarrow \infty$.
- (2) היחס $A = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ נקרא **ההגבר בחוג סגור** והוא מיוחס למעגל עם משוב שלילי. הגבר זה מסומן לעיתים גם כ- A_{CL} .
- (3) במידה ושני אותות שונים, v_1 ו- v_2 , אחד בכל כניסה, ההגבר בחוג סגור מוגדר לפי: $A = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1}$ ובמקרה זה מקובל לקרוא לו גם **ההגבר הדיפרנציאלי של המעגל ולסמנו**: $A_d = \frac{v_{out}}{v_2 - v_1}$.

כללים:

כללי הזהב:

במגבר אידיאלי שבו משוב שלילי ניתן להניח את ההנחות הבאות:

- (1) המתחים בכל כניסה שווים זה לזה: $v_+ = v_-$.
- (2) לא נכנסים זרמים לכניסות המגבר: $i_+ = i_- = 0A$.

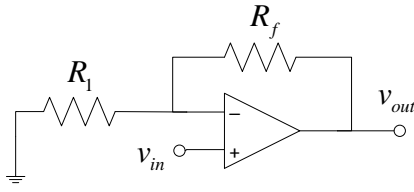
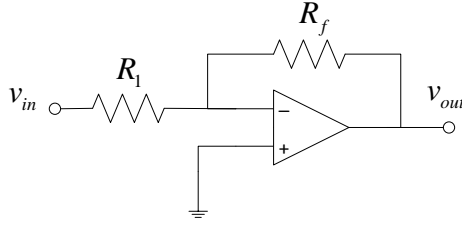
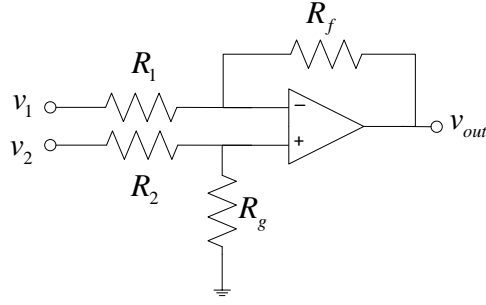
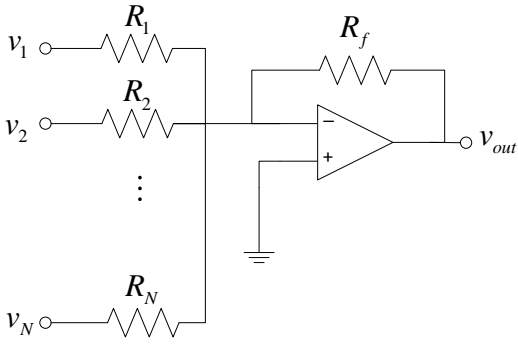
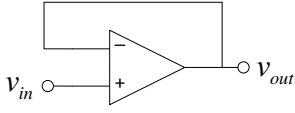
כללים מנחים בניתוח מעגלי הגבר:

- (1) מניחים כי המגבר אינו ברוויה.
- (2) בודקים שאכן קיים משוב שלילי.
- (3) לעולם לא מחברים משוואות זרמים בצומת המוצא של המגבר.

פרמטרים מרכזיים של מעגלי הגבר:

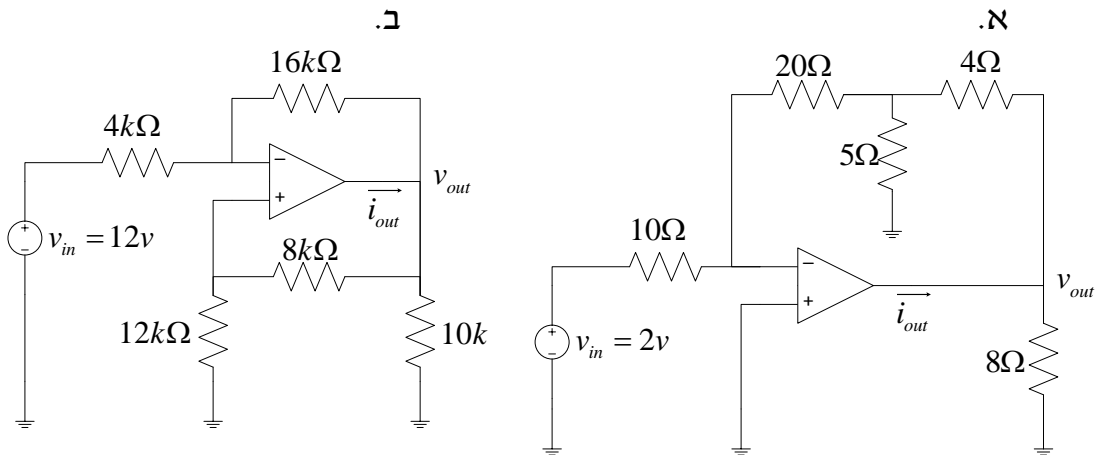
- התנגדות כניסה - R_{in} (התנגדות הכניסה של מגבר שרת אידאלי היא $R_{in} = \infty$).
 - התנגדות מוצא - R_{out} (התנגדות המוצא של מגבר שרת אידאלי היא $R_{out} = 0\Omega$).
 - הגבר המעגל - A :
- (מתח למתח: $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$, מתח לזרם: $A = \frac{i_{out}}{v_{in}}$, זרם לזרם: $A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}}$).

מעגלי הגבר שכיחים:

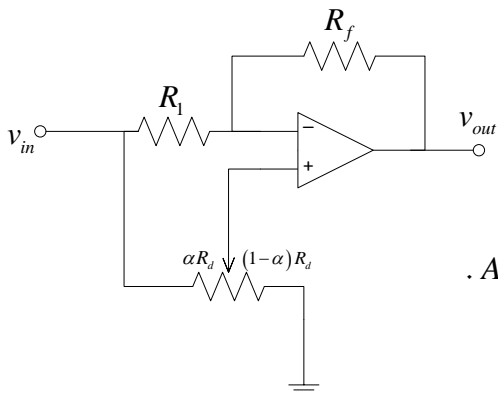
מעגל לא הופך מופע	מעגל הופך מופע
	
מגבר הפרש	מעגל מסכם הופך מופע
	
	מעגל חוצץ מתח
	

תרגילים:

1) בכל אחד מהמעגלים שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי אשר מתפקד בתחום הליניארי שלו. מצא את v_{out} , את i_{out} ואת הספק המוצא של המגבר p_{out} .



2) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת אידיאלי. הפוטנציומטר R_d נשלט ע"י הפרמטר α , $0 \leq \alpha \leq 1$.



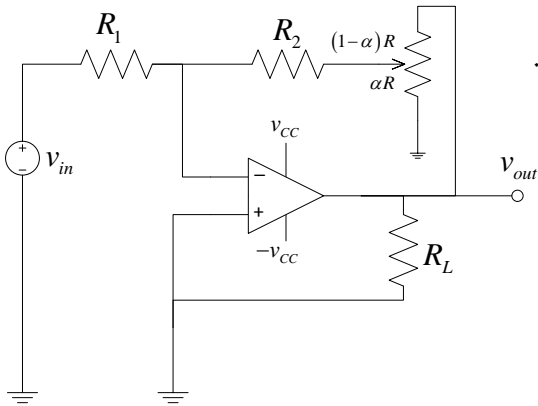
א. מצא ביטוי להגבר המעגל $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$

כתלות ברכיבי המעגל.

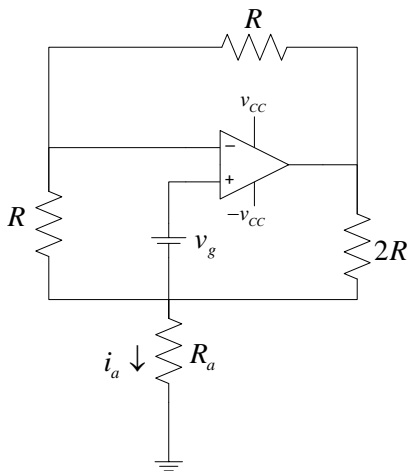
ב. סרטט את גרף ההגבר כתלות ב- α , $A_v = f(\alpha)$.

ג. האם קיים α עבורו מוצא המעגל יהיה $0v$?

אם כן מצא תנאי על הנגדים R_1 ו- R_f עבורו.

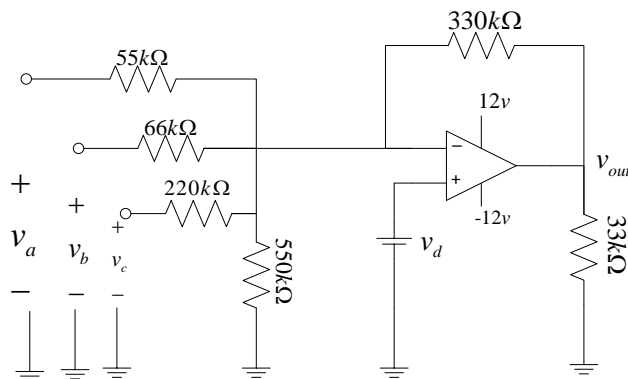


- (3) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי. מתחי ההזנה שלו הם: $v_{CC} = \pm 45V$ כמתואר. ערכי הנגדים הם: $R_1 = 2k\Omega$, $R_2 = 20k\Omega$. $R_L = 15k\Omega$ ו- $R = 100k\Omega$. ידוע כי עבור התחום $0.2 \leq \alpha \leq 0.8$ המגבר אינו ברוויה. מצא את הערך המירבי של v_{in} אשר יקיים זאת.



- (4) לפניך המעגל הבא ובו מגבר שרת אידיאלי. ערכי כל הרכיבים נתונים ורשומים באיור.
א. הבע את הזרם i_a באמצעות מקור המתח v_g והנגדים.
ב. מצא ביטוי ל- R_a עבורו המגבר ימצא על סף הרוויה.

- (5) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי. ערכי כל הרכיבים מופיעים בתרשים.

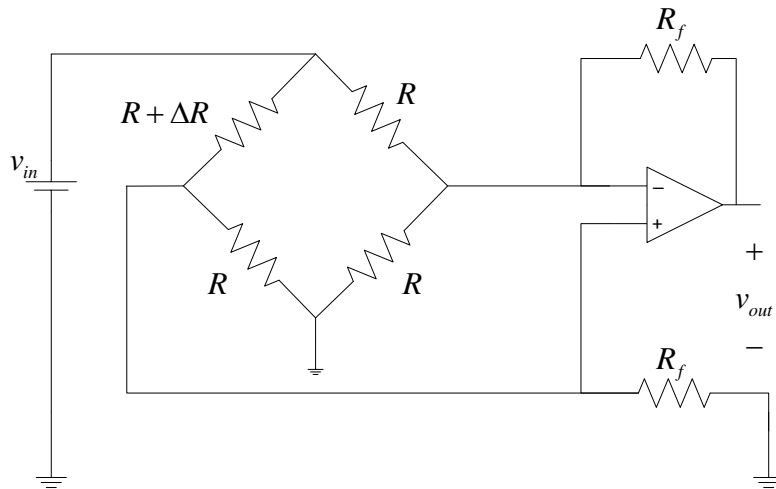


- א. מצא את מתח המוצא v_{out} עבור: $v_a = 16V$, $v_b = 12V$, $v_c = -6V$, $v_d = 10V$.
ב. תחת ההנחה כי המתחים v_a , v_b ו- v_d שומרים על ערכם, מצא את תחום הערכים של v_c עבורו המגבר יתפקד בתחום הליניארי.
ג. מחליפים את נגד המשוב $330k\Omega$ בנגד משתנה R_f . ערכי המתחים הם כמפורט בסעיף א'. תחת ההנחה כי הוא יכול לקבל כל ערך חיובי אפשרי: $0 \leq R_f < \infty$, מצא את תחום ההתנגדות עבורו המגבר יהיה ברוויה.

6) השאלה הבאה עוסקת בתכנון מעגל:

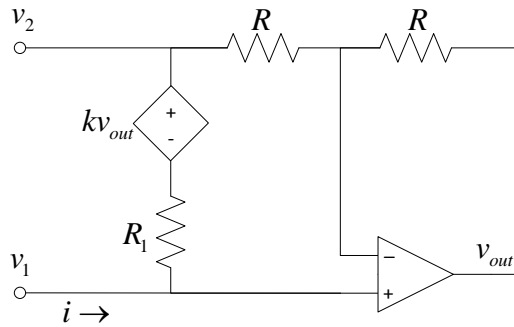
- א. תכנן מעגל מסכסם הופך מופע שמקיים: $v_{out} = -(4v_a + 7v_b + 3v_c)$.
- ב. התייחס למעגל שבנית בסעיף הקודם בתור קופסא סגורה ומצא מה יש להוסיף על מנת לקבל מוצא כולל (סופי) של: $v_{out} = 4v_a + 7v_b + 3v_c$.

7) במעגל שלפניך מגבר השרת הינו אידיאלי. ידוע כי $\Delta R \ll R$.



- א. הראה כי מתח המוצא ניתן לקירוב באופן הבא: $v_{out} \approx -\frac{R_f(R + R_f) \cdot \Delta R}{R^2(R + 2R_f)} \cdot v_{in}$.
- ב. נתונים ערכי הרכיבים הבאים: $R_f = 520k\Omega$, $R = 16k\Omega$, $\Delta R = 90\Omega$, $v_{in} = 12v$.
- מצא את הערך המקורב של v_{out} .
 - מצא את הערך המדויק של v_{out} .
- ג. מגדירים שגיאה באופן הבא: $\%Error = \left[\frac{\text{approximate value}}{\text{actual value}} - 1 \right] \cdot 100$.
- הראה כי ניתן לכתוב את השגיאה כך: $\%Error = 100 \cdot \frac{\Delta R(R + R_f)}{R(R + 2R_f)}$.
- ומצא את השגיאה עבור ערכי הרכיבים של סעיף ב'.
- ד. הנח כי שגיאת האחוז במציאת מתח המוצא לא חורגת מ-0.6%. מצא את השגיאה הגדולה ביותר האפשרית עבור R שהמעגל מסוגל להתמודד כדי לקיים את תנאי זה.

8 במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי. כל ערכי הרכיבים נתונים. מצא ביטוי לזרם i כתלות ברכיבי המעגל.



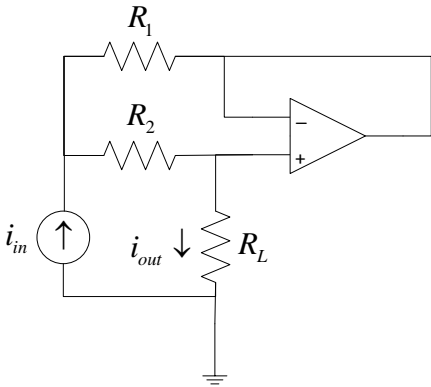
9 במעגל שלפניך נתון מגבר אידיאלי.

מכניסים מקור זרם i_{in} .

א. מצא את היחס $A_i = \frac{i_{out}}{i_{in}}$.

ב. מחברים במקביל למקור הזרם התנגדות R_S .

כתוב מעגל שקול תבנית עבור העומס R_L .



10 נתון המעגל הבא ובו מגבר שרת אידיאלי

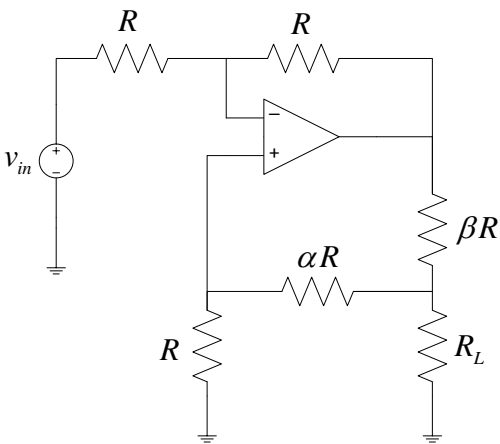
אשר פועל בתחום הליניאריות שלו.

ערכי כל הרכיבים נתונים במעגל.

הבע באמצעות α ו- β את התנגדות המוצא

של המעגל ומצא תנאי עליהם עבורו

תהיה למעגל התנגדות מוצא אינסופית.

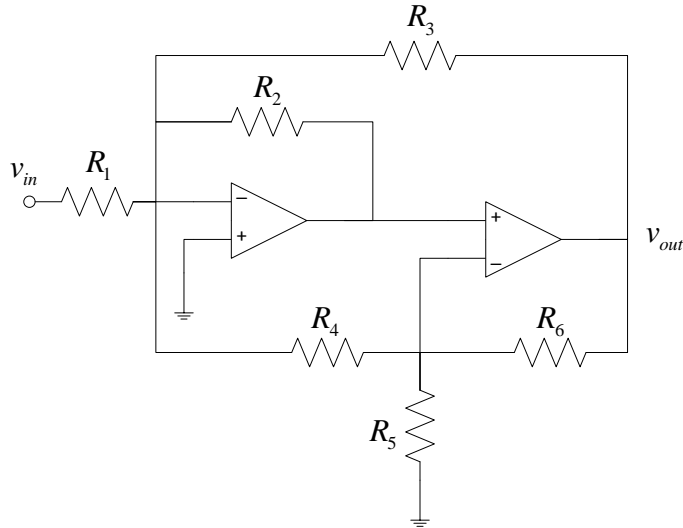


11) לפניך המעגל הבא. ערכי הרכיבים הם :

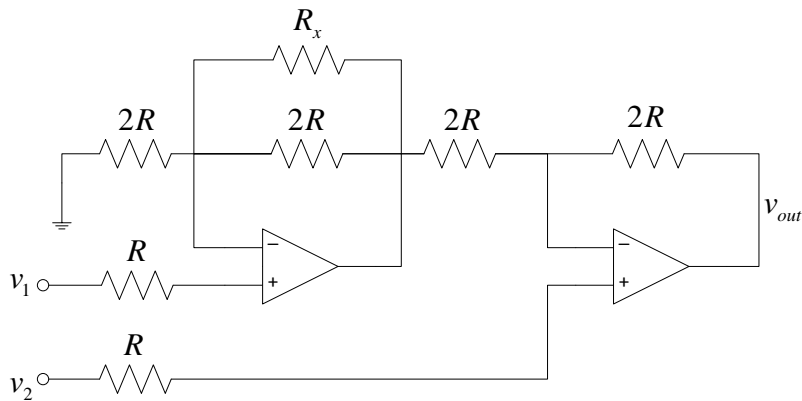
$$R_1 = 1k\Omega, R_2 = 2k\Omega, R_3 = 3k\Omega, R_4 = 6k\Omega, R_5 = 3k\Omega, R_6 = 4k\Omega$$

מצא את הגבר המתח $A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}}$ במעגל שלפניך.

הנח כי שני המגברים הינם אידיאלים ופועלים בתחום הליניארי שלהם.



12) נתון מעגל הפרש הבא ובו מגברי השרת הם אידיאלים ופועלים בתחום הליניארי שלהם. כל ערכי הנגדים נתונים בתרשים.

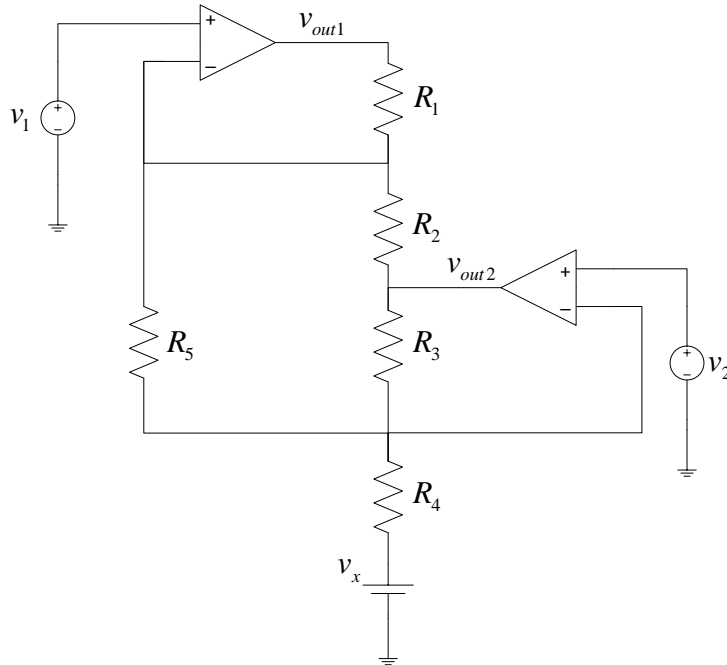


- א. כתוב את מתח המוצא כתלות במתחי הכניסה וערכי הנגדים.
 ב. האם קיימים ערכים עבור הנגדים כך שיתקיים: $v_{out} = 2v_2 - v_1$?
 אם כן מצא אותם, אם לא נמק.

13 נתון המעגל הבא ובו מגברי שרת אידיאליים.

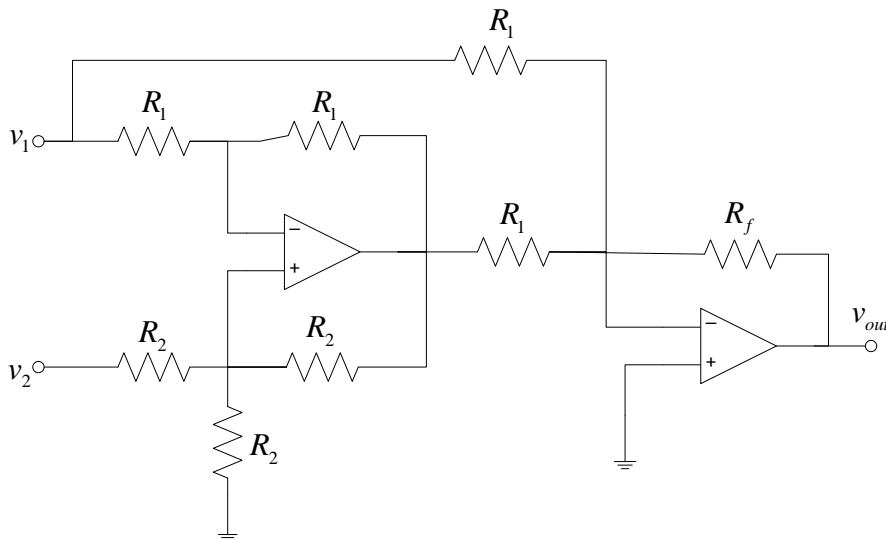
ערכי הרכיבים הם: $R_1 = 4k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 3k\Omega$, $R_4 = 1k\Omega$, $R_5 = 0.5k\Omega$

וכן: $v_1 = 5v$, $v_2 = 3v$. מצא את ערך המתח v_x עבורו יתקיים: $v_{out1} - v_{out2} = 13v$.



14 במעגל שבתרשים נתונים שני מגברי שרת אידיאליים. ערכי כל הרכיבים נתונים.

מצא תנאי על הנגדים R_1 ו- R_f עבורם ההגבר הדיפרנציאלי של המעגל יהיה 100.



תשובות סופיות:

א. $v_{out} = -8v$, $i_{out} = -2A$, $p_{out} = 16w$ ב. $v_{out} = 24v$, $i_{out} = 4.2mA$, $p_{out} = 100.8mw$ (1)

א. $A_v = 1 - \left(1 + \frac{R_f}{R_1}\right)\alpha$ ב. $0 < \frac{R_1}{R_1 + R_f} < 1$ ג. (2)

א. $|v_{in}| \leq 100mv$ (3)

א. $i_a = \frac{2v_g}{R}$ ב. $R_a = \left(\frac{1}{2} \frac{v_{cc}}{v_g} - 1\right)R$ (4)

א. $v_{out} = -6v$ ב. $-18v \leq v_c \leq -2v$ ג. $R_f > 453.75k\Omega$ (5)

א. מעגל מסכם עם: $R_f = 4R_a = 7R_b = 3R_c$ (6)

ערכים לדוגמא: $R_f = 84\Omega$, $R_a = 21\Omega$, $R_b = 12\Omega$, $R_c = 28\Omega$

ב. להוסיף מעגל מהפך עם: $R_f = R$

א. $v_{out} = -1.11349v$ ב. $v_{out} = -1.1103v$ (7)

א. $\%Error = 0.285\%$ ב. $\%Error = 1.18\%$ ג. ד.

א. $i = \frac{1}{R}(v_1(1+2k) - v_2(k+1))$ (8)

א. $A_i = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ ב. $v_{TH} = i_{in}R_S$, $R_{TH} = R_2 + R_S \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$ (9)

א. $R_{out} = R \frac{(\alpha+1)\beta}{\alpha + \beta - 1}$, התנגדות אינסופית כאשר $\alpha + \beta = 1$ (10)

א. $A_v = -1.8$ (11)

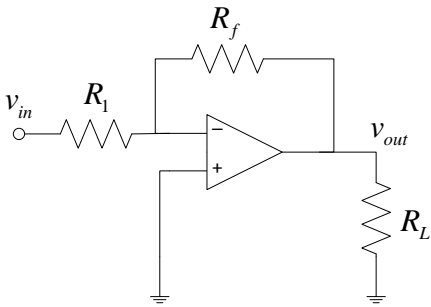
א. $v_{out} = 2v_2 - \frac{2R + 2R_x}{2R + R_x}v_1$ ב. כל עוד $R_x = 0\Omega$ הדרישה תתקיים. (12)

א. $v_x = -2v$ (13)

א. $R_f = 50R_1$ (14)

סרטון - אותות כניסה שונים במעגלי הגבר:

תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת אידיאלי.

נתון כי: $R_f = 470k\Omega$, $R_1 = 9.4k\Omega$, $R_L = 1M\Omega$

וכי מתח האספקה למגבר הוא $v_{CC} = 24V$.

מצא וצייר את אות המוצא $v_{out}(t)$ כפונקציה

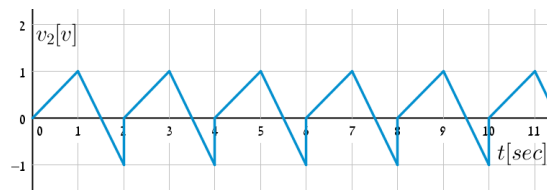
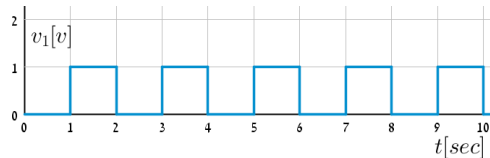
של t עבור כל אחד מאותות הכניסה $v_{in}(t)$ הבאים:

- $v_{in}(t) = k \cdot u(t)$. בתשובתך התייחס לערכים שונים של k .
- $v_{in}(t) = k(u(t) - u(t-2))$. בתשובתך התייחס לערכים שונים של k .
- $v_{in}(t) = r(t)$. קבע לאחר כמה זמן ייקטס מתח המוצא $v_{out}(t)$.
- $v_{in}(t) = k \cdot e^{-2t}u(t)$. מצא את k המירבי עבורו מתח המוצא לא ייקטס.

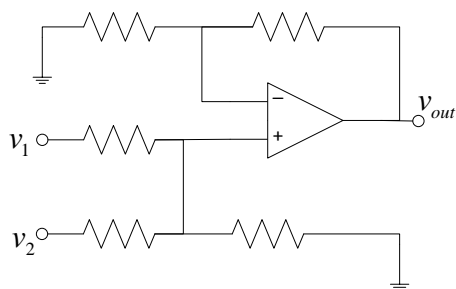
2) בכל אחד מהמעגלים שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.

ערכי כל הנגדים בכל סעיף הם $50k\Omega$. נתונים אותות הכניסה הבאים:

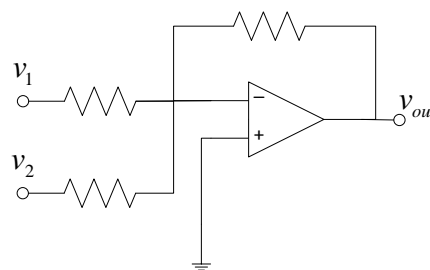
מצא וצייר את אות המוצא $v_{out}(t)$, כתוב הגבלה על מתח ההזנה עבורו מתח המוצא לא ייקטס.



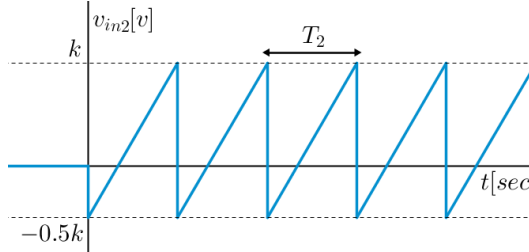
ב.



א.

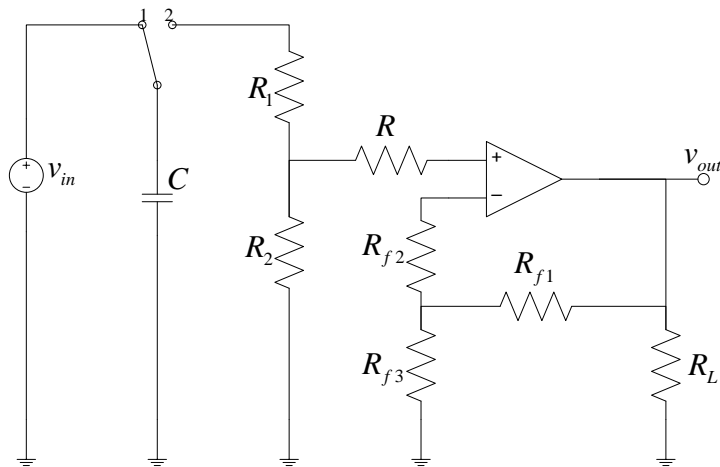


- 3) תכנון מעגל בעל דרגת הגבר אחת, אשר מסכם שני אותות כניסה $v_1(t)$ ו- $v_2(t)$ באופן הבא : $v_{out}(t) = 2v_1(t) + v_2(t)$ כאשר : $v_1(t) = \sin(\omega t)u(t)$ ו- $v_2(t)$ מתואר בגרף הבא :



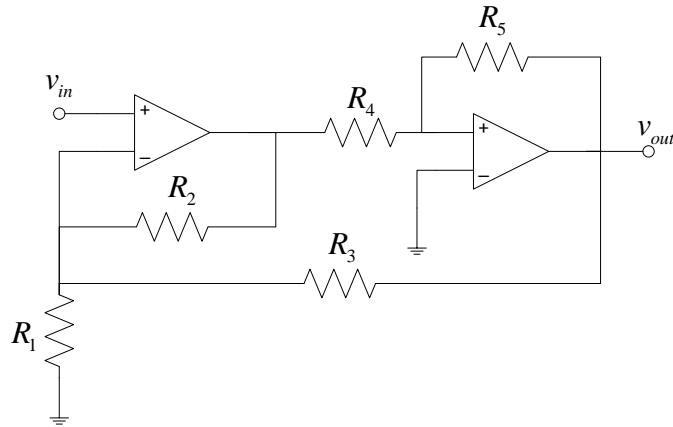
נתון כי מתח האספקה הוא $20v$. מצא תנאי על k עבורו בתכנון המעגל שלך מתח המוצא לא ייקטם כלל.

- 4) לפניך שני מעגלים המשורשרים זה לזה. המעגל הראשון הינו מעגל RC ובו מתח כניסה v_{in} אשר טוען קבל C במשך הרבה זמן (שימו לב – המפסק נמצא במצב 1). בזמן $t = 0$ מעבירים את המפסק למצב 2. המעגל השני מורכב ממגבר שרת אידיאלי ורשת נגדים.

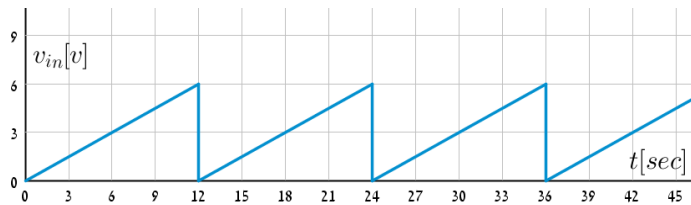


- א. הבע באמצעות v_{in} , C , R_1 ו- R_2 את המתח בכניסה החיובית של מגבר השרת.
 ב. הראה כי אם : $R_1 = R_2 = R$ ו- $R_{f1} = R_{f2} = R_{f3} = R_f$ אז הגבר המערכת כולה הוא : $A(t) = \exp\{-t / (2RC)\}$.
 ג. מצא הגבלה על מתח הכניסה v_{in} עבורו מתח המוצא לא ייקטם לכל t (הבע את תשובתך במונחי מתח האספקה v_{CC}).

5) לפניך מעגל המורכב משתי דרגות הגבר. הנח כי ערכי כל הרכיבים נתונים וכי מגברי השרת הינם אידיאליים.



- א. הראה כי אם אות המוצא של אחד המגברים אינו הופך מופע אז וודאי שהמוצא האחר יהיה הופך מופע. מה התנאי על הנגדים עבורם מוצא המגבר הראשון יהיה הופך מופע?
- ב. כעת נתונים: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 1k\Omega$, $R_4 = 4k\Omega$, $R_5 = 6k\Omega$. מכניסים את האות הבא:



צייר את האות המתקבל במוצא כל אחד מהמגברים עבור מתחי ההזנה הבאים:

i. $v_{cc1} = v_{cc2} = 22.5v$

ii. $v_{cc1} = v_{cc2} = 15v$

iii. $v_{cc1} = v_{cc2} = 10v$

- ג. כתוב הגבלה עבור אות הכניסה $v_{in}(t) = a \cdot u(t)$ (כלומר תנאי על a) עבורו האות במוצא המעגל לא ייקטם בכל אחד מהמקרים שתוארו בסעיף הקודם.

תשובות סופיות:

$$v_{out}(0 < t < 2) = \begin{cases} 24 & k < -0.48 \\ -50k & -0.48 \leq k < 0.48 \\ -24 & k > 0.48 \end{cases} \quad \text{ב.} \quad v_{out}(t) = \begin{cases} 24 & k < -0.48 \\ -50k & -0.48 \leq k < 0.48 \\ -24 & k > 0.48 \end{cases} \quad \text{א. (1)}$$

$$v_{out}(t) = \begin{cases} 24 & t \leq 0 \\ -50t & 0 \leq t < 0.48 \\ -24 & t > 0.48 \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$.T = -\frac{1}{2} \ln \frac{24}{50k}, \quad v_{out}(t) = \begin{cases} -24(u(t) - u(t-T)) - 50ke^{-2(t-T)}u(t-T) & k > 0.48 \\ -50ke^{-2t}u(t) & -0.48 \leq k < 0.48 \\ 24(u(t) - u(t-T)) - 50ke^{-2(t-T)}u(t-T) & k < -0.48 \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$. |v_{cc}| \geq 2 : \text{הדרישה} \quad v_{out}(t) = -(v_1 + v_2) \quad \text{א. (2)}$$

$$. |v_{cc}| \geq \frac{4}{3} : \text{הדרישה} \quad v_{out}(t) = \frac{2}{3}(v_1 + v_2) \quad \text{ב.}$$

$$. R_2 = 2R_1, R_f = 2R_g : \text{התנאים} \quad \text{ג. (3)}$$

$$. v_{in} \leq v_{cc} \quad \text{ג.} \quad v_+(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_{in} e^{-\frac{t}{C(R_1 + R_2)}} u(t) \quad \text{א. (4)}$$

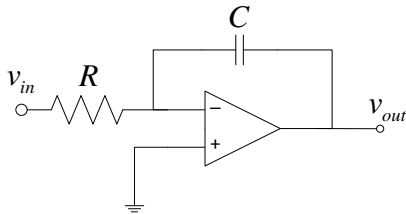
$$R_3 R_4 < R_2 R_5 \quad \text{א. (5)}$$

$$. |a| \leq 2\frac{2}{3}v \quad \text{ג. iii.} \quad |a| \leq 4v \quad \text{ג. ii.} \quad |a| \leq 6v \quad \text{ג. i.}$$

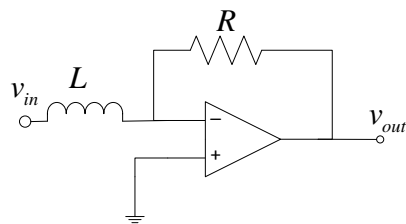
סרטון – מעגלים גוזרים ואינטגרטורים:

סוגי מעגלים:

מעגלי אינטגרטור בסיסיים:

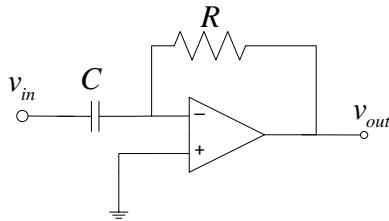


$$v_{out}(t) = -\frac{1}{RC} \int_{t_0^+}^{\infty} v_{in}(t) dt + v_c(t_0^+) : \text{משוואה כללית}$$

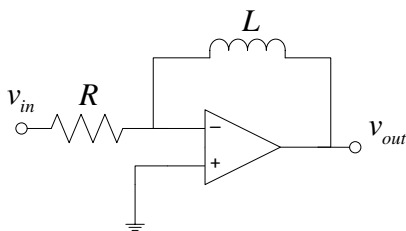


$$v_{out}(t) = -\frac{R}{L} \int_{t_0^+}^{\infty} v_{in}(t) dt + Ri_L(t_0^+) : \text{משוואה כללית}$$

מעגלים גוזרים בסיסיים:

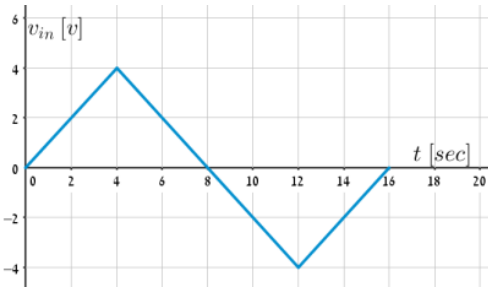
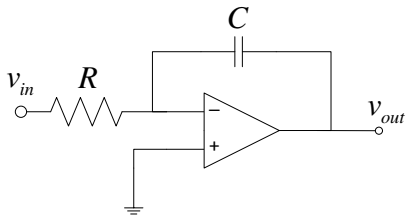


$$v_{out}(t) = -RC \frac{dv_{in}(t)}{dt} : \text{משוואה כללית}$$



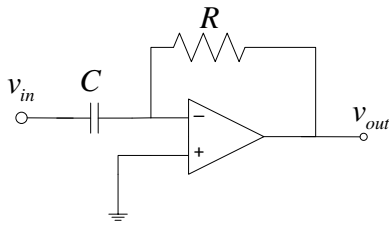
$$v_{out}(t) = -\frac{L}{R} \frac{dv_{in}(t)}{dt} : \text{משוואה כללית}$$

תרגילים:

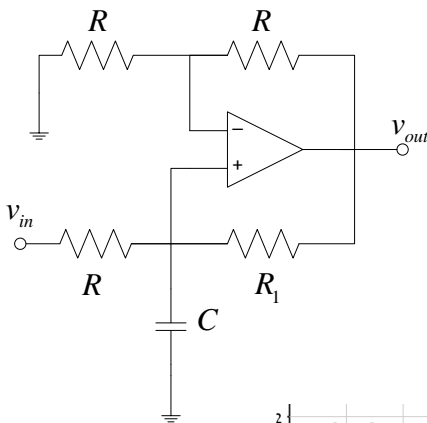


- (1) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.
 ערכי הרכיבים הם: $R = 200k\Omega$, $C = 2\mu F$.
 לא אגורה אנרגיה בקבל ונתון כי: $|v_{CC}| = 50v$.
 א. חשב וצייר את מתח המוצא עבור כניסה סינוסית בתדר של $200Hz$ ו- $v_p = 10v$.

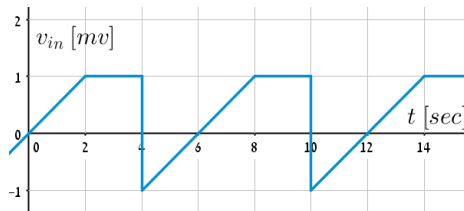
- ב. חשב וצייר את מתח המוצא עבור הכניסה הבאה:
 ג. כיצד תשתנה תשובתך לסעיפים הקודמים אם נתון: $|v_{CC}| = 30v$?



- (2) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.
 ערכי הרכיבים הם: $R = 10k\Omega$, $C = 1mF$.
 א. חשב וצייר את מתח המוצא עבור כניסת שן מסור בעלת שיפוע של $1.5 \frac{v}{sec}$.
 ב. חשב וצייר את מתח המוצא עבור כניסה סינוסית בתדר של $200Hz$ ו- $v_p = 10v$ (הנח כי המגבר אינו נכנס לרוויה).



- (3) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת אידיאלי.
 ערכי הרכיבים: R ו- C נתונים. מתקיים: $R = R_1$.
 א. נסח משוואה דיפרנציאלית המתאימה למעגל ותאר את פעולתו.
 ב. נתון כי: $R = R_1 = 1k\Omega$, $C = 2\mu F$, $v_{CC} = 10v$.
 חשב את מוצא המעגל עבור:
 i. אות כניסה: $v_{in}(t) = 3\cos(60\pi t)$ [v].
 ii. האות הבא:



- ג. מנתקים את הנגד R_1 .
 נסח משוואה דיפרנציאלית מתאימה ותאר את פעולת המעגל כעת.

4 במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי עם מתח אספקה v_{cc} .

ערכי הרכיבים R_1 , R_2 , L הם נתונים.

ידוע כי הזרם האגור בסליל הוא: $i_L(0^-) = i_0$.

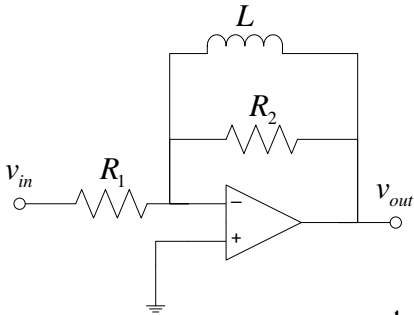
א. כתוב משוואה דיפרנציאלית המתארת את פעולת המעגל.

ב. מכניסים למעגל את הכניסה $v_{in}(t) = v_0 \frac{R_1}{R_2} u(t)$.

(פרמטר). מצא תנאי על i_0 עבורו מוצא המעגל לא ייקטם.

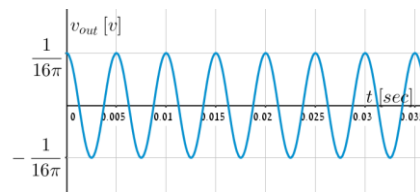
ג. מכניסים למעגל את הכניסה $v_{in}(t) = v_0 e^{-\frac{R_2 t}{L}} u(t)$.

מצא תנאי על i_0 עבורו מוצא המעגל לא ייקטם.



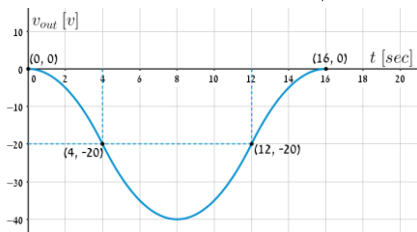
תשובות סופיות:

1 א. להלן האות:



$$v_{out}(t) = \frac{1}{16\pi} \cos(400\pi t) \quad \text{א.}$$

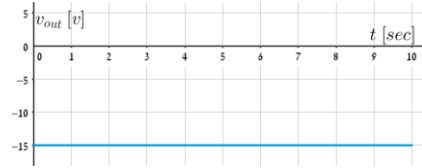
ב. להלן האות:



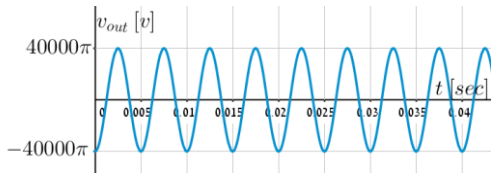
$$v_{out}(t) = \begin{cases} -1.25t^2 & 0 < t \leq 4 \\ 1.25t^2 - 20t + 40 & 4 < t \leq 12 \\ 40t - 1.25t^2 - 320 & 12 < t \leq 16 \\ 0 & t \leq 0, t > 16 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

בסעיף א' כלום לא ישתנה. בסעיף ב' תהיה קטימה של האות בכל התחום שבו $v_{out} < -30$.

א. להלן האות: (2)



ב. להלן האות:



$$v_{out}(t) = \frac{2}{RC} \int v_{in}(t) dt \quad \text{א. (3)}$$

$$v_{out}(t) = \begin{cases} 10 & \frac{\pi}{30}k < t < \frac{\pi}{30}k + t_1 \\ -10 & \frac{\pi}{30}k + t_2 < t < \frac{\pi}{30}k + t + \frac{T}{2} \\ & \frac{\pi}{30}k + t_2 + \frac{T}{2} < t < \frac{\pi}{30}k + T \\ & \frac{\pi}{30}k + t_1 < t < \frac{\pi}{30}k + t_2 \quad \text{ב. i.} \\ & \frac{\pi}{30}k + t_1 + \frac{T}{2} < t < \frac{\pi}{30}k + t_2 + \frac{T}{2} \end{cases}$$

$$\frac{dv_{out}}{dt} + \frac{1}{RC}v_{out} = \frac{2}{RC}v_{in} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{v_{cc} - v_0}{R_2} \leq i_0 \leq \frac{v_{cc} + v_0}{R_2} \quad \text{ב.} \quad \frac{dv_{out}}{dt} + \frac{R}{L}v_{out} = -\frac{R_2}{R_1} \frac{dv_{in}}{dt} \quad \text{א. (4)}$$

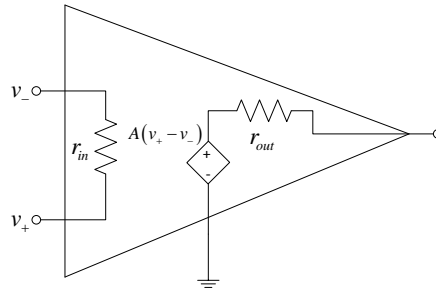
$$t_0 = \frac{i_0 - \frac{v_0}{R_2}}{\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{v_0}{L}} \quad \text{ג. נדרוש } |i_0 R_2| \leq v_{cc} \text{ וגם } |v_{out}(t_0)| \leq v_{cc} \text{ כאשר}$$

$$v_{out}(t) = \left(i_0 R_2 + \frac{R_2^2 v_0}{R_1 L} t \right) e^{-\frac{R_2}{L} t} u(t) \quad \text{ד.}$$

סרטון – מגברי שרת מעשיים:

הגדרות כלליות:

סכמה של מגבר שרת מעשי:



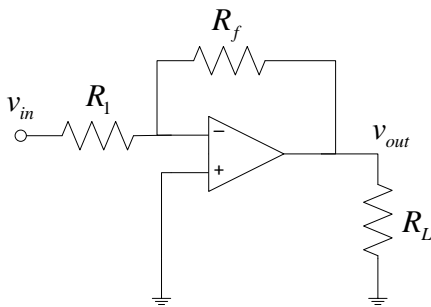
תכונות של מגבר מעשי:

- הגבר סופי בחוג פתוח: $A_{OL} < \infty$
- התנגדות כניסה סופית: $r_{in} < \infty$
- התנגדות מוצא אינה אפסית: $r_{out} > 0\Omega$

הערות כלליות:

- כללי הזהב לא תקפים בנייתוח מעגלים עם מגברי שרת מעשיים.
- ניתן לחבר משוואת זרמים במוצא המגבר היות וקיים הנגד r_{out} .

תרגילים:



1) לפניך המעגל הבא ובו מגבר שרת מעשי (לא אידיאלי)

שבו $r_{in} < \infty$, $r_{out} > 0$, $A < \infty$

כל ערכי הרכיבים נתונים.

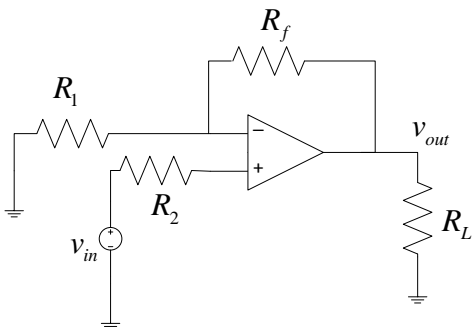
מצא את הגבר המעגל בחוג סגור,

התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח,

והתנגדות המוצא שרואה העומס.

הראה כי תחת הנחות: $r_{in} \rightarrow \infty$, $r_{out} \rightarrow 0$, $A \rightarrow \infty$

תוצאות הביטויים שואפים לאלו של מגבר אידיאלי.



2) לפניך המעגל הבא המורכב ממגבר שרת מעשי

שבו: $r_{in} < \infty$, $r_{out} > 0$, $A < \infty$

כל הנגדים נתונים.

א. מצא ביטוי להגבר המעגל בחוג סגור.

(כתוב כתלות בערכי הרכיבים).

ב. לפניך הנתונים הבאים:

$$r_{in} = 440k\Omega, r_{out} = 5k\Omega, A = 10^5$$

$$R_1 = 8k\Omega, R_2 = 160k\Omega, R_f = 240k\Omega, R_L = 30k\Omega$$

מכניסים: $v_{in} = 1V$. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את המתחים בכניסות המגבר.

ii. מצא את הזרם העובר בכניסת המגבר.

iii. האם התוצאות שקיבלת מתאימות להנחות של כללי הזהב במגבר

אידיאלי? נמק.

תשובות סופיות:

$$\cdot A_{CL} = \frac{G_1(G_f - AG_{out})}{(G_L + G_{out} + G_f)(G_1 + G_{in} + G_f) - G_f(G_f - AG_{out})} \quad \text{1) הגבר בחוג סוג:}$$

$$\cdot R_{in} = \frac{(1 + R_1(G_{in} + G_f))(G_L + G_{out} + G_f) - G_f R_1(G_1 - AG_{out})}{G_{in}(G_L + G_{out} + G_f) + G_f(G_L + G_f - G_1 + G_{out}(A+1))} \quad \text{: התנגדות כניסה:}$$

$$\cdot R_{out} = \left[\frac{G_f(1 + AG_{out}(R_1 \parallel r_{in}))}{1 + G_f(R_1 \parallel r_{in})} + G_{out} \right]^{-1} \quad \text{: התנגדות מוצא:}$$

$$A_{CL} = - \frac{\frac{1}{R_2 + r_{in}} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{A r_{in}}{r_{out}(R_2 + r_{in})} \right) + \frac{A \cdot r_{in}}{r_{out}(R_2 + r_{in})} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_2 + r_{in}} \right)}{\frac{1}{R_f} \left(\frac{1}{R_f} - \frac{A \cdot r_{in}}{r_{out}(R_2 + r_{in})} \right) - \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{r_{out}} \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_f} + \frac{1}{R_2 + r_{in}} \right)} \quad \text{2) א.}$$

ב. i. $v_+ = 999.83mv$, $v_- = 999.363mv$

ב. ii. $i_{in} = 1.0615nA$

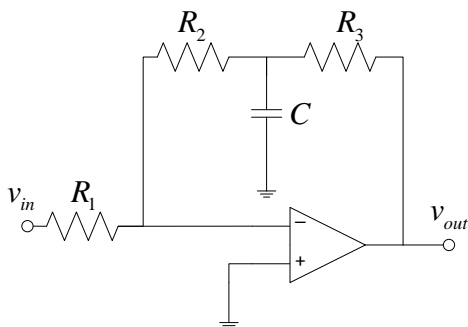
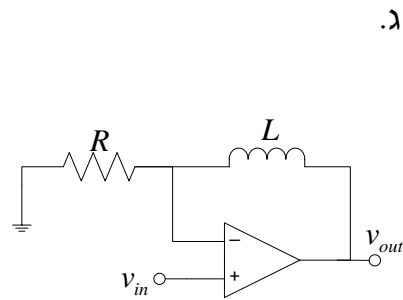
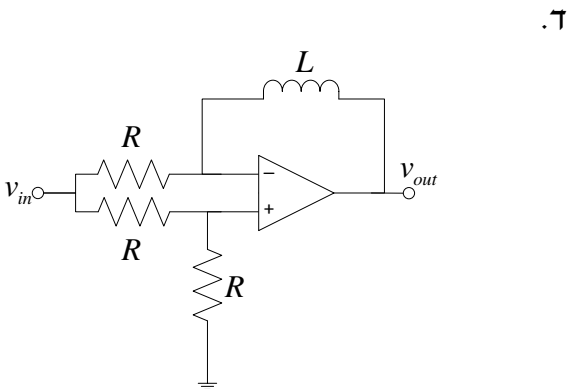
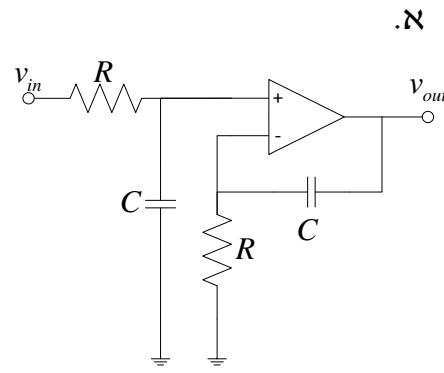
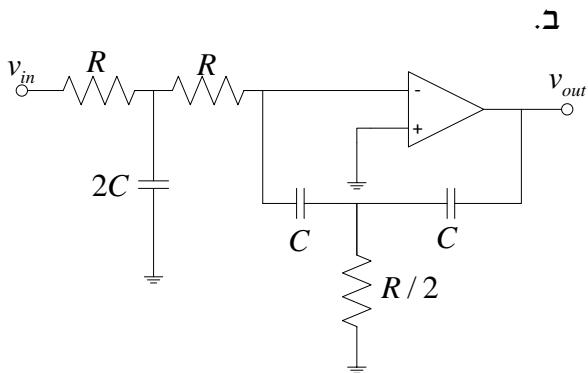
ב. iii. כן.

סרטון – ניתוח מעגלי הגבר במישור התדר:

תרגילים:

(1) לפניך המעגלים הבאים.

מצא את פונקציית התמסורת $A(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ והסבר מהי פעולת המעגל.



(2) לפניך המעגל הבא ובו מגבר שרת אידיאלי.

כל ערכי הרכיבים נתונים.

א. מצא את פונקציית התמסורת

של המעגל במישור התדר.

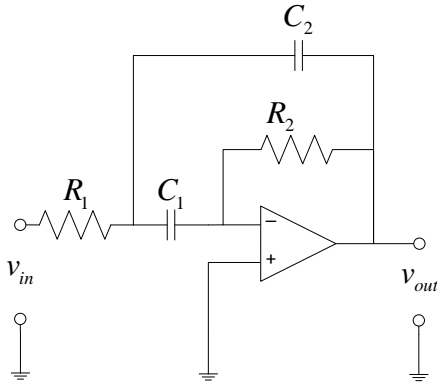
ב. סרטט גרפים של בודה של

אמפליטודה ופאזה.

ג. מכניסים: $v_{in}(t) = v_0 \frac{R_1}{R_2 + R_3} te^{-\frac{t}{R_2 \parallel R_3 C}} u(t)$ [v]

ידוע כי המגבר נמצא בקצה תחום הליניאריות שלו.

בטא באמצעות נתוני השאלה (כולל v_0) את v_{CC} .

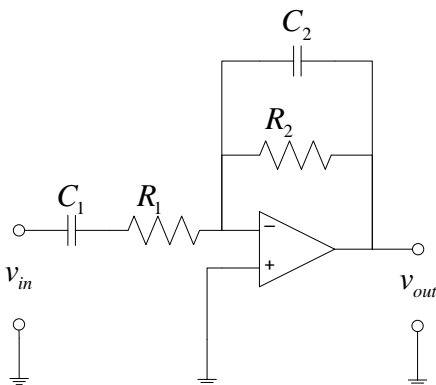


3) במעגל שלפניך נתון מגבר שרת אידיאלי.

ערכי הרכיבים הם :

$$C_1 = 2nF, C_2 = 8nF, R_1 = 8k\Omega, R_2 = 62.5k\Omega$$

צייר מפת קטבים ואפסים של פונקציית התמסורת של המעגל.



4) במעגל שלפניך ישנו מגבר שרת אידיאלי.

הנח כי אין אנרגיה אגורה בקבלים

וכי ערכי הרכיבים הם :

$$C_1 = 50nF, C_2 = 10nF, R_1 = 8k\Omega, R_2 = 20k\Omega$$

מתחי האספקה של המגבר הם : $v_{CC} = \pm 5V$

(אינם מופיעים באיור).

$$v_{in}(t) = 2 \cdot 10^5 tu(t) [V]$$

ענה על השאלות הבאות :

א. מצא את $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ וצייר את סרטוטי בודה שלו.

קבע באיזה סוג מסנן מדובר.

ב. מצא את $v_{out}(t)$ בכל מקרה :

i. עבור אות הכניסה הנתון.

$$v_{in}(t) = \sqrt{10} \cos(5000t)u(t) [V]$$

ג. מצא כמה זמן יקח למגבר להגיע לרוויה.

ד. הנח $v_{in}(t) = m \cdot tu(t) [V]$ ומצא את קצב הגדילה

של אות הכניסה עבורו המגבר לא יכנס לרוויה.

תשובות סופיות:

א. $A(s) = \frac{1}{RC \cdot s}$ אינטגרטור. (1)

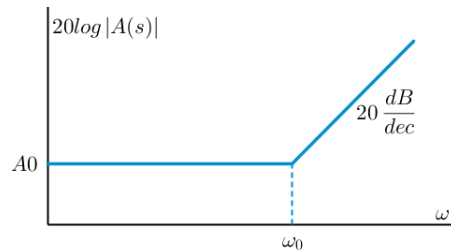
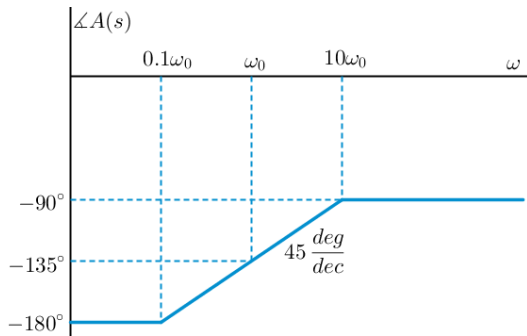
ב. $A(s) = -\frac{1}{(RC \cdot s)^2}$ אינטגרטור כפול והופך מופע.

ג. $A(s) = 1 + \frac{L}{R} s$ גזירה של מתח הכניסה בתוספת מתח הכניסה עצמו.

ד. $A(s) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{L}{R} s$ הפרש בין מתח הכניסה לנגזרתו.

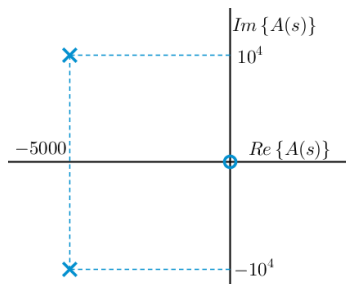
א. $A(s) = -\frac{R_2 + R_3}{R_1} (1 + (R_2 \parallel R_3)Cs)$ (2)

ב. להלן סרטוטי בודה:



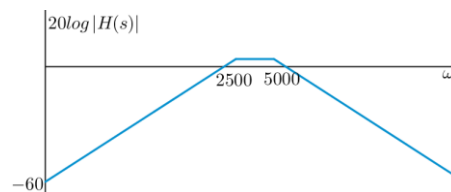
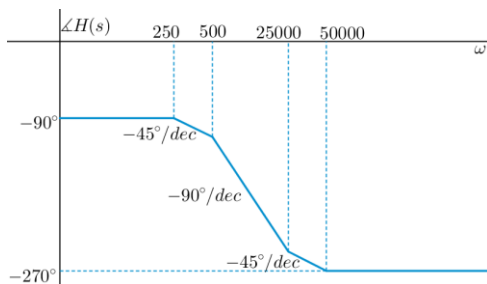
כאשר: $A_0 = 20 \log \frac{R_2 + R_3}{R_1}$, $\omega_0 = \frac{1}{(R_2 \parallel R_3)C}$. ג. $v_{CC} = v_0 [(R_2 \parallel R_3)C]^3$

3 להלן מפת קטבים ואפסים:



א. $H(s) = \frac{10^5 s}{8(s + 2500)(s + 5000)}$ (4)

להלן סרטוטי בודה:



$$v_{out}(t) = -20(1 - 2e^{-2500t} + e^{-5000t})u(t) \quad \text{ב. i.}$$

$$v_{out}(t) = -\frac{10^{5.5}}{8} \left(\frac{3}{25000} \cos(5000t) + \frac{1}{25000} \sin(5000t) + \frac{1}{12500} e^{-2500t} + \frac{1}{5000} e^{-5000t} \right) u(t) \quad \text{ב. ii.}$$

$$t = 277.26 \mu s \quad \text{ג.}$$

$$. m = 5000 \frac{v}{\text{sec}} \quad \text{ד.}$$

תוכן העניינים:

2	מבוא להנדסת חשמל
2	מעגלים מצומדים מגנטית ושנאים
2	מעגלים מצומדים מגנטית :
2	סיכום כללי :
5	שאלות :
9	תשובות סופיות :
10	השנאי האידיאלי :
10	סיכום כללי :
13	שאלות :
15	תשובות סופיות :

מבוא להנדסת חשמל

מעגלים מצומדים מגנטית ושנאים

מעגלים מצומדים מגנטית:

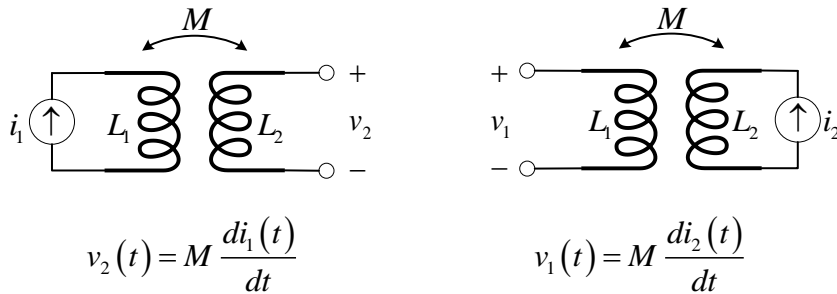
סיכום כללי:

השראות עצמית:

מפל המתח על סליל בעל השראות עצמית L כתוצאה מזרם $i(t)$ יחושב: $v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$.

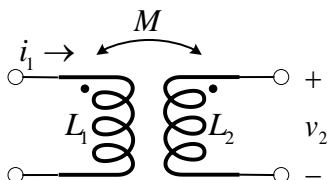
השראות הדדית:

שני סלילים הסמוכים זה לזה, משרים שדה מגנטי אחד על השני כתוצאה מזרם העובר דרכם. את ההשראות ההדדית מסמנים באות M ובאמצעות חץ כפול:



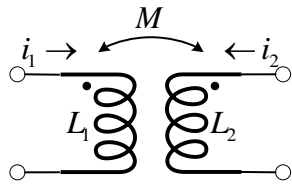
לסלילים בעלי השראות הדדית קוראים **סלילים מצומדים** (coupled inductors).

סימון סכמתי והסכם הנקודות (Dot convention):

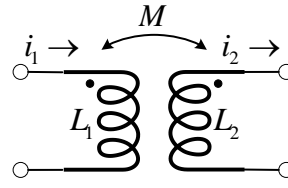


זרם שנכנס להדק המנוקד של סליל אחד יוצר מתח מושרה בסליל השני שכיוונו החיובי בהדק המנוקד.

השראות עצמתי והשראות הדדית:



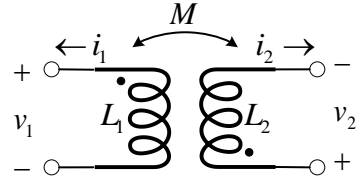
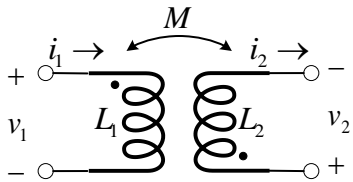
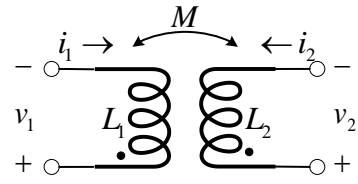
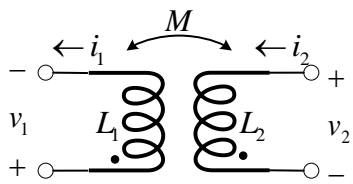
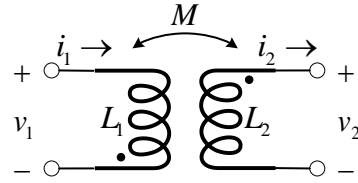
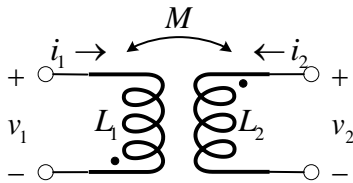
$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$



$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

❖ דוגמא לכתיבה נכונה של מפלי מתחים כתוצאה מהשראות עצמתי והדדית:

כתוב את הביטויים של המתחים בכל אחד מהמקרים הבאים:



כללי הכתיבה של מפלי מתחים:

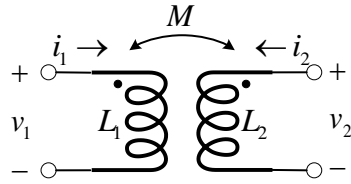
1. השראות עצמית:

- אם זרם נכנס לסליל מההדק החיובי של מפל מתח כלפי ההדק השלילי אז ההשראות העצמית תהיה חיובית.
- אם זרם נכנס לסליל מההדק השלילי של מפל מתח כלפי ההדק החיובי אז ההשראות העצמית תהיה שלילית.

2. השראות הדדית:

- אם שני הזרמים נכנסים לנקודות או יוצאים מהנקודות, אז נחבר את ההשראות ההדדית.
- אם זרם אחד נכנס והשני יוצא מהנקודה, נחסר את ההשראות ההדדית.

מתחים עם מקורות זרם חילופין:



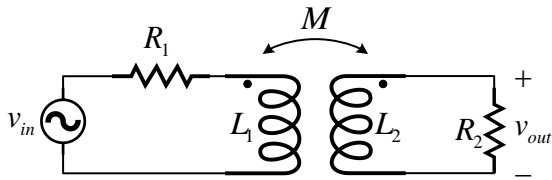
נעזר בכתיב פאזורים:

$$\begin{cases} \hat{V}_1 = j\omega L_1 \hat{I}_1 + j\omega M \hat{I}_2 \\ \hat{V}_2 = j\omega L_2 \hat{I}_2 + j\omega M \hat{I}_1 \end{cases}$$

❖ דוגמא לכתיבה נכונה של מפלי מתחים כתוצאה מהשראות עצמתי והדדית:

נתון המעגל הבא ובו: $v_{in}(t) = 2 \cos(10t) \text{ V}$

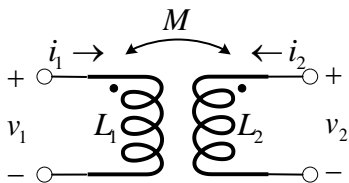
כמו כן: $R_1 = 5\Omega, R_2 = 500\Omega, L_1 = 2\text{H}, L_2 = 200\text{H}, M = 18\text{H}$



א. מצא את יחס הפאזורים: $\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}}$

ב. כתוב ביטוי עבור: $H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)}$

אנרגיה האגורה בסלילים מצומדים:



האנרגיה של זוג סלילים מצומדים L_1 ו- L_2 עם השראות הדדית M שזורמים דרכם זרמים i_1 ו- i_2 בהתאמה, תחושב ע"י:

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t) \pm M i_1(t) i_2(t)$$

הערות:

1. הנוסחה מתייחסת לאנרגיה רגעית בזמן t תוך הנחה כי לא קיימת אנרגיה התחלתית האגורה במערכת.

2. עבור זרמי חילופין קבועים נקבל: $W = \frac{1}{2} L_1 \hat{I}_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \hat{I}_2^2 \pm M \hat{I}_1 \hat{I}_2$

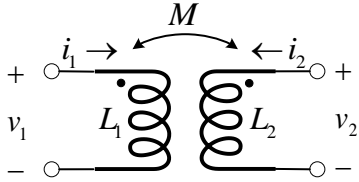
3. סימן תוספת האנרגיה כתוצאה מהשראות הדדית נקבע לפי כיווני הזרמים באותו האופן שתואר עבור המתחים.

חסם עליון עבור ההשראות ההדדית ומקדם הצימוד:

פיזיקלית, ברשת פאסיבית של סלילים מצומדים מתקיים: $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$.

מגדירים את מקדם הצימוד באופן הבא: $0 \leq k \leq 1$, $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$.

❖ דוגמא 1 לניתוח מעגל עם נוסחת האנרגיה:

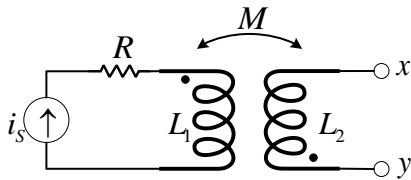


באיור שלפניך נתון: $i_1 = 5i_2 = 10 \cos(400t - 30^\circ)$ mA

כמו כן: $L_1 = 5$ H, $L_2 = 20$ H, $k = 0.7$

מצא את $v_1(0)$ ואת האנרגיה האגורה במערכת עבור $t = 0$.

❖ דוגמא 2 לניתוח מעגל עם נוסחת האנרגיה:



באיור שלפניך נתון: $i_s = 10 \cos(40t)$ mA

כמו כן: $R = 5 \Omega$, $L_1 = 5$ H, $L_2 = 20$ H, $k = 0.7$

מצא את האנרגיה האגורה במערכת עבור $t = 0$

כאשר:

א. x ו- y מנותקים (open circuit).

ב. x ו- y מקוצרים (short circuit).

שאלות:

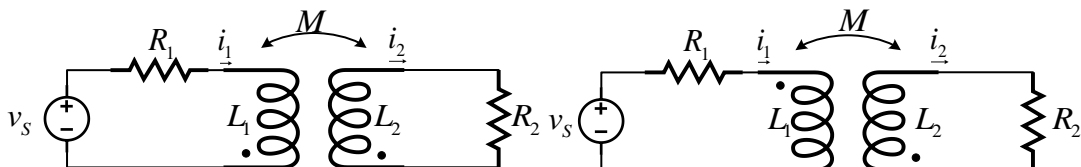
1) כתוב משוואות החוגים עבור כל אחד מהמעגלים הבאים.

נתון: $v_s(t) = 8e^{-200t}$ [V], $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$

$L_1 = 6$ mH, $L_2 = 30$ mH, $M = 8$ mH

א.

ב.



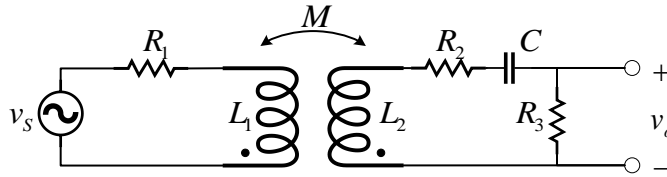
(2) המעגל שלפניך מוזן ממקור מתח סינוסי: $v_s(t) = 2 \cos(10t)$ [V]

נתון: $R_1 = R_3 = 2\Omega$, $R_2 = 4\Omega$,

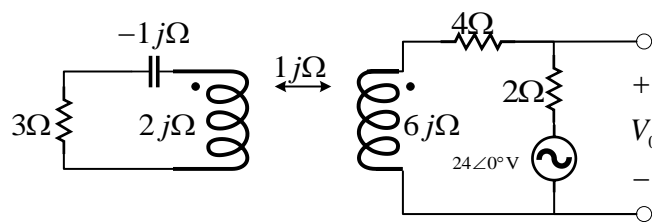
וכן: $C = 50\text{mF}$, $L_1 = 400\text{mH}$, $L_2 = 300\text{mH}$, $M = 200\text{mH}$.

מגדירים את מתח המוצא $v_o(t)$ כמתואר.

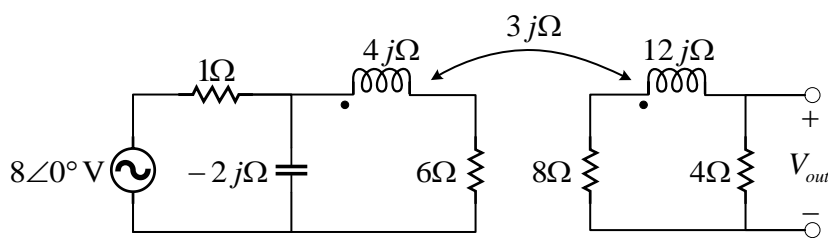
מצא את הגבר המתח בצורה פאזורית: $\frac{\hat{V}_o}{\hat{V}_s}$.



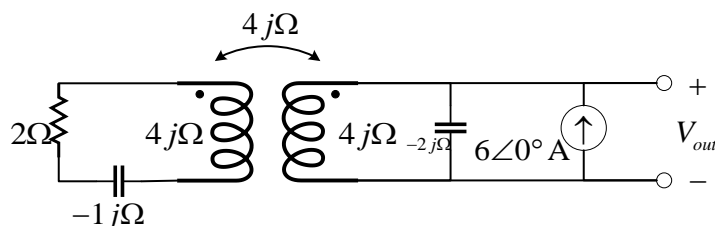
(3) במעגל שלפניך נתונים הגדלים הפאזוריים הבאים, מצא את \hat{V}_o .



(4) במעגל שלפניך נתונים הגדלים הפאזוריים הבאים, מצא את \hat{V}_{out} .

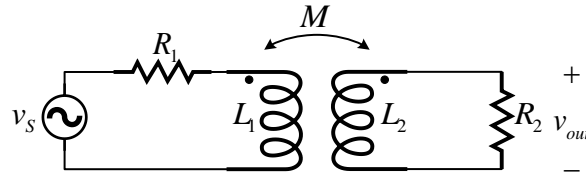


(5) במעגל שלפניך נתונים הגדלים הפאזוריים הבאים, מצא את \hat{V}_{out} .



6 במעגל שלפניך נתון :

$$v_s(t) = 10 \cos(\omega t) \text{ [V]}, R_1 = 4\Omega, R_2 = 800\Omega, L_1 = 4\text{H}, L_2 = 400\text{H}, M = 20\text{H}$$



א. מצא ביטוי ל- $v_{out}(t)$ עבור $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$.

ב. מצא את היחס הפאזורי $\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}}$ והסבר את משמעותו.

ג. חזור על סעיפים א-ב עבור $\omega = 200 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ וציין מה השתנה.

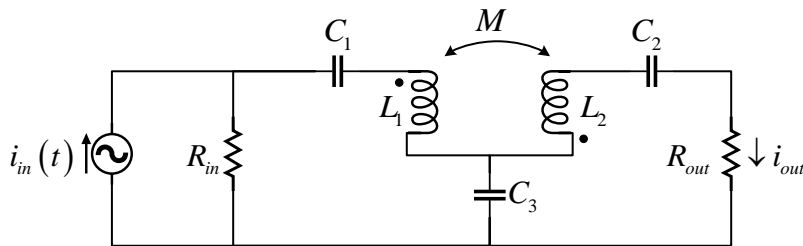
ד. כתוב את פונקציית התמסורת הכללית של המעגל $H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_s(j\omega)}$.

ה. מצא את התדר ω_{max} עבור $|H(j\omega_{max})|$ מקבלת ערך מירבי וחשב את ערך זה.

7 נתון המעגל הבא ובו ערכי הגדלים :

$$i_{in}(t) = 4 \sin(100t) \text{ [A]}, R_{in} = R_{out} = 1\Omega$$

$$L_1 = L_2 = 20\text{mH}, M = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 10\text{mF}, C_3 = 5\text{mF}$$



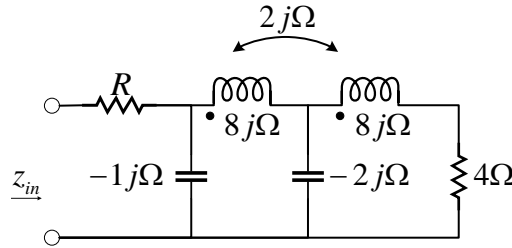
א. יש למצוא את $i_{out}(t)$ ואת יחס הפאזורים $\frac{\hat{I}_{out}}{\hat{I}_{in}}$.

ב. כעת מניחים כי מקור הזרם הוא: $i_{in}(t) = i_0 \sin(\omega t)$ וכי כל הרכיבים נתונים כגדלים פרמטריים ולא מספריים.

יש למצוא ביטוי לתדירות זוויתית ω_0 ולקבוע k עבורם אות המוצא

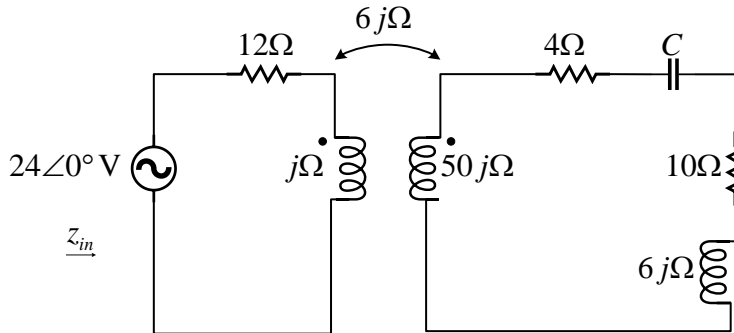
יהיה רק מהצורה: $i_{out}(t) = \pm |k \cdot i_0| \cos(\omega_0 t)$.

8 נתון המעגל הבא ובו ערכי הרכיבים המצוינים :



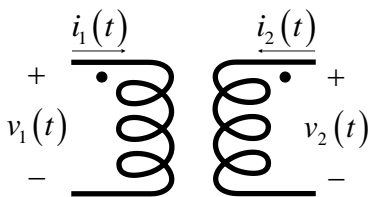
- א. יש למצוא את עכבת הכניסה \hat{Z}_{in} עבור $R=1\Omega$.
- ב. חזור על הסעיף הקודם ומצא את ערכו של R עבורו גודל עכבת הכניסה יהיה 2Ω . הינך יכול להתעלם מהזווית שלה.
- ג. האם קיים ערך של R עבורו: $|z_{in}|=1\Omega$? נמק.

9 במעגל שלפניך נתונים כל ערכי הרכיבים. יש למצוא את ערכו של הקבל C עבורו עכבת הכניסה z_{in} , הנראית מבעד למקור המתח $24\angle 0^\circ V$ תהיה התנגדותית טהורה בתדר של 60Hz .



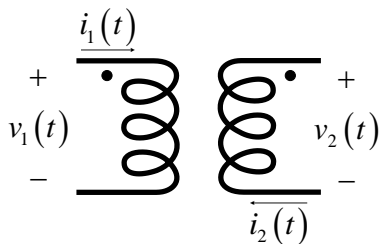
10 במעגל שלפניך נתונים שני הזרמים :

- $i_1(t) = 12 \cos(377t - 45^\circ) \text{ mA}$, $i_2(t) = 5 \cos(377t - 60^\circ) \text{ mA}$
- ערכי הסלילים הם: $L_1 = 2\text{H}$, $L_2 = 32\text{H}$ וגם: $k = 0.9$.
- א. מצא את ההשראות ההדדית, M .
- ב. מצא את המתחים $v_1(t)$ ו- $v_2(t)$ לפי הסימון שבאיור.



ג. מצא את האנרגיה האגורה בסלילים המצומדים לאחר 1msec בהנחה שבתחילה לא הייתה להם אנרגיה התחלתית כלשהי.

- ד. חזור על סעיפים א-ג אם כעת הזרם $i_2(t)$ הוא בכיוון הבא:



תשובות סופיות:

$$5i_1 + 6m \frac{di_1}{dt} + 8m \frac{di_2}{dt} = 8e^{-200t} ; 10i_2 + 30m \frac{di_2}{dt} + 8m \frac{di_1}{dt} = 0 \quad \text{א. (1)}$$

$$.5i_1 + 6m \frac{di_1}{dt} - 8m \frac{di_2}{dt} = 8e^{-200t} ; 10i_2 + 30m \frac{di_2}{dt} - 8m \frac{di_1}{dt} = 0 \quad \text{ב.}$$

$$.0.139 \angle 24.7^\circ \quad \text{ג. (2)}$$

$$.20.29 \angle 10.8^\circ \text{ [V]} \quad \text{ד. (3)}$$

$$.0.907 \angle -162^\circ \text{ [V]} \quad \text{ה. (4)}$$

$$.9.96 \angle -48.36^\circ \text{ [V]} \quad \text{ו. (5)}$$

$$v_{out}(t) = 12.67 \cos(10t - 67.66^\circ) \text{ [V]} \quad \text{ז. א. (6)}$$

$$.1.267 \angle -67.66^\circ \quad \text{ח. ב.}$$

$$.66.6 \cdot 10^{-3} \angle -89^\circ , v_{out}(t) = 0.666 \cos(10t - 89^\circ) \text{ [V]} \quad \text{ט. ג.}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega MR_2}{[R_1 R_2 - \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)] + j[\omega (R_1 L_2 + R_2 L_1)]} \quad \text{י. ד.}$$

$$. \omega_{max} = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M^2}} , |H(j\omega_{max})| = 3 \frac{1}{3} \quad \text{יא. ה.}$$

$$.0.325 \angle -77.47^\circ , i_{out}(t) = 1.3 \sin(100t - 77.47^\circ) \text{ [A]} \quad \text{יב. א. (7)}$$

$$\text{ב. מופיע בסרטון.} \quad k, \left(c_{xy} = \frac{c_x c_y}{c_x + c_y} \right), \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{c_{13} c_{23}} \left| \frac{R_{out} c_{23} - R_{in} c_{13}}{R_{in} L_2 - R_{out} L_1} \right|} \quad \text{יג. ג.}$$

$$\text{א. ג. לא.} \quad R = 1.43 \Omega \quad \text{יד. ב.} \quad \hat{Z}_{in} = 1.688 \angle -49^\circ \text{ [\Omega]} \quad \text{טו. א. (8)}$$

$$.99.48 \mu\text{F} , 53.8 \mu\text{F} \quad \text{טז. ב. (9)}$$

$$M = 7.2 \text{H} \quad \text{יז. א. (10)}$$

$$v_1(t) = 35.96 \cos(377t + 33.73^\circ) \text{ [V]} , v_2(t) = 92.17 \cos(377t + 35.24^\circ) \text{ [V]} \quad \text{יח. ב.}$$

$$w(t = 1 \text{m sec}) = 690.16 \mu\text{J} \quad \text{יט. ג.}$$

$$v_1(t) = 5.369 \cos(377t - 175.8^\circ) \text{ [V]} , v_2(t) = 28.92 \cos(377t - 167.7^\circ) \text{ [V]} \quad \text{כ. ד.}$$

$$. w(t = 1 \text{m sec}) = 43.3 \mu\text{J} \quad \text{כא. ה. (ההשראות ההדדית נשארת זהה).}$$

השנאי האידיאלי:

סיכום כללי:

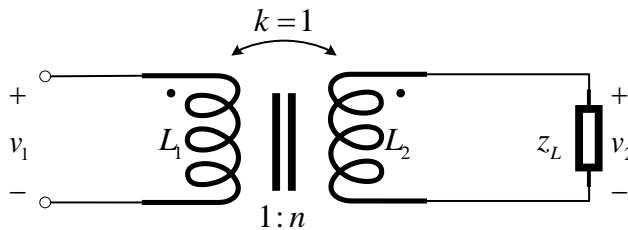
השנאי האידיאלי:

התקן המורכב מסלילים מצומדים שבהם:

1. מקדם הצימוד הוא $k=1$.
2. השראות הסלילים היא גדולה מאוד ביחס לעומס $(L_1, L_2 \rightarrow \infty)$.
3. אין איבודי אנרגיה בתוך ההתקן עצמו (כלומר: $P_{in} = P_{out}$ בכניסות ויציאות השנאי).

הגדרות:

- נקרא לצד שאליו מחובר מקור האנרגיה (בד"כ צד שמאל) **החלק הראשוני/ראשי של השנאי (Primary)**. הוא יסומן ב- L_1 עם זרם ומתח i_1 ו- v_1 בהתאמה.
- נקרא לצד שאליו מחובר העומס (בד"כ צד ימין) **החלק המשני של השנאי (Secondary)**. הוא יסומן ב- L_2 עם זרם ומתח i_2 ו- v_2 בהתאמה.
- מגדירים יחסי ליפופים: $n = \frac{N_2}{N_1}$.
- קשר בין השראות לליפופים: $\frac{L_2}{L_1} = \frac{N_2^2}{N_1^2} \triangleq n^2$.



עכבות זרמים ומתחים בשנאי:

- עכבת הכניסה הנראית מעבד לחלק הראשי: $Z_{in} = \frac{Z_L}{n^2}$.
- קשר בין זרמים בשנאי: $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n}$.
- קשר בין מתחים בשנאי: $\frac{V_2}{V_1} = n$.

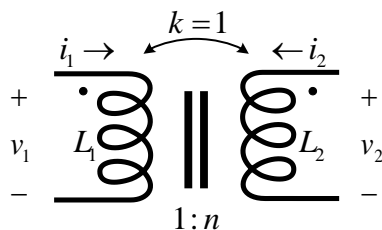
הערות:

1. עבור הזרמים, דרך נוספת לכתיבה היא: $N_1 I_1 = N_2 I_2$.
היחס הנ"ל ישנה סימן אם אחד מכיווני הזרמים ישתנה, או שאחת מהנקודות תשתנה. במידה ושני הזרמים משתנים או ששתי הנקודות מתחלפות, היחס יישאר חיובי.
2. עבור מתחים, דרך נוספת לכתיבה היא: $N_1 V_2 = N_2 V_1$.
היחס הנ"ל ישנה סימן אם אחד מכיווני המתחים ישתנה, או שאחת מהנקודות תשתנה. במידה ושני המתחים משתנים או ששתי הנקודות מתחלפות, היחס יישאר חיובי.

הספק של שנאי אידיאלי:

מתקיים: $P_{in} = P_{out} = V_2 I_2 = V_1 I_1$.
ההספק הזה מוגדר בתור ההספק המירבי שהשנאי מסוגל להפיק.
בהנחה כי מדובר בעומס עם פאזה $Z_L = |Z_L| \angle \theta$ אז המתח יקדים/יפגר ביחס לזרם באותה המידה שכן העומס המשוקף $Z_{in} = \frac{|Z_L|}{n^2} \angle \theta$ הוא גם בעל אותה הפאזה.

יחסי זרמים ומתחים בשנאי אידיאלי מישור הזמן:

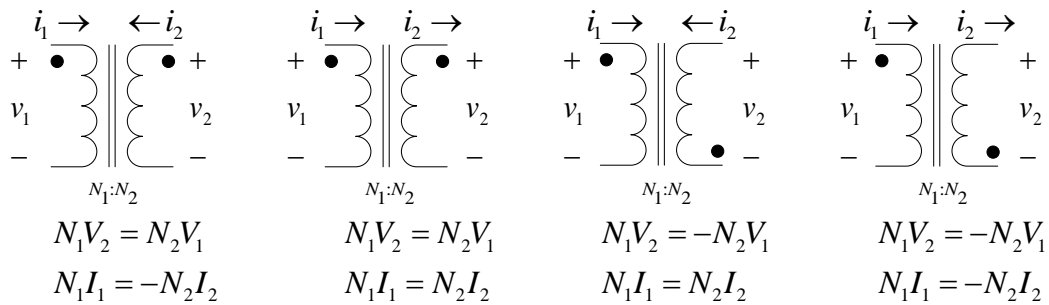


עבור האיור הסמוך מתקיים:

- $v_1 = \frac{1}{n} v_2$
- $i_1 = -n \cdot i_2$

כאשר כל האותות הם כלליים (ולאו דווקא סינוסיים).
הביטויים הנ"ל לא מתייחסים לזרמים ומתחים קבועים (DC) אלא רק לערכים התלויים בזמן.

סיכום משוואות יחסים בין זרמים ומתחים בשנאי אידיאלי:



כללים:

1. עבור מתחים:

נכתוב: $N_1V_2 = N_2V_1$ כאשר שני המתחים חיוביים או שניהם שליליים בסימון הנקודות.
 נכתוב: $N_1V_2 = -N_2V_1$ כאשר מתח אחד חיובי בסימון הנקודה והשני שלילי.

2. עבור זרמים:

נכתוב: $N_1I_1 = N_2I_2$ כאשר זרם אחד נכנס לנקודה והאחר יוצא ממנה.
 נכתוב: $N_1I_1 = -N_2I_2$ כאשר שני הזרמים נכנסים לנקודה או שניהם יוצאים ממנה.

מעגלים שקולים ושיקוף רכיבים:

שיקוף משני לראשי:

- העכבה שבצד המשני מחולקת פי n^2 : $Z_{ref} = \frac{Z_2}{n^2}$.
- הזרם שבצד המשני יוכפל פי n : $i_{ref} = n \cdot i_2$.
- המתח של הצד המשני יחולק פי n : $v_{ref} = \frac{v_2}{n}$.

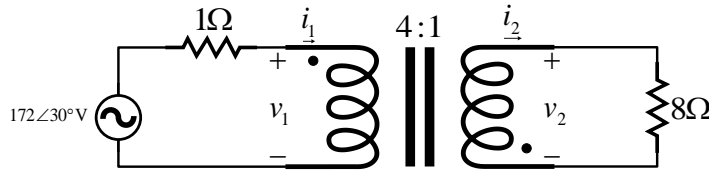
שיקוף ראשי למשני:

- העכבה שבצד הראשי תוכפל פי n^2 : $Z_{ref} = n^2 z_1$.
- הזרם שבצד הראשי יחולק פי n : $i_{ref} = \frac{i_1}{n}$.
- המתח שבצד הראשי יוכפל פי n : $v_{ref} = n v_1$.

שאלות:

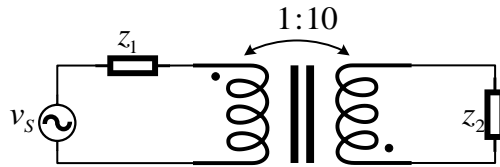
1) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי ומקור מתח חילופין $\hat{V}_s = 172\angle 30^\circ \text{ V}$.

- א. חשב את ערכי הזרמים והמתחים: $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{V}_1, \hat{V}_2$.
 ב. הראה את מאזן ההספקים של המעגל והוכח כי השנאי הינו אידיאלי.



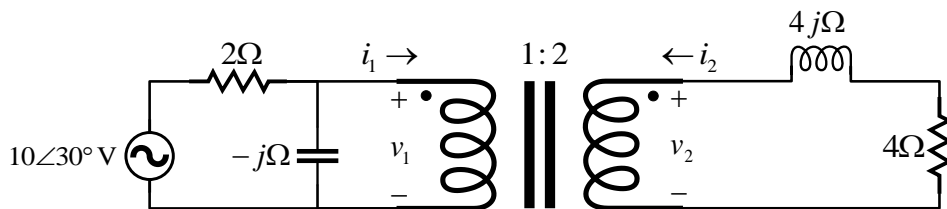
2) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי.

- ערכי הרכיבים הם: $z_1 = 100 - 20j \Omega$, $z_2 = 10k + 100j \Omega$.
 מתח הכניסה הוא בעל ערך אפקטיבי של 40V rms.
 א. שקף את המעגל המשני לראשוני.
 ב. מצא את ההספק המתפזר על פני העכבה z_2 .



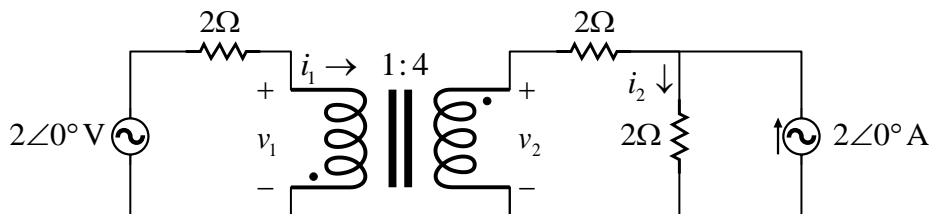
3) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי.

- ערכי הרכיבים רשומים ויש למצוא את $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{V}_1, \hat{V}_2$ המסומנים שתרשים.

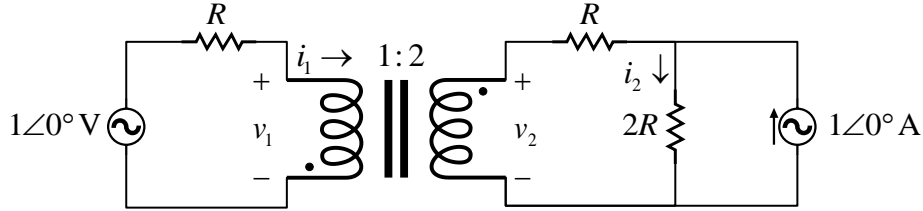


4) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי.

- ערכי הרכיבים רשומים ויש למצוא את $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{V}_1, \hat{V}_2$ המסומנים שתרשים.



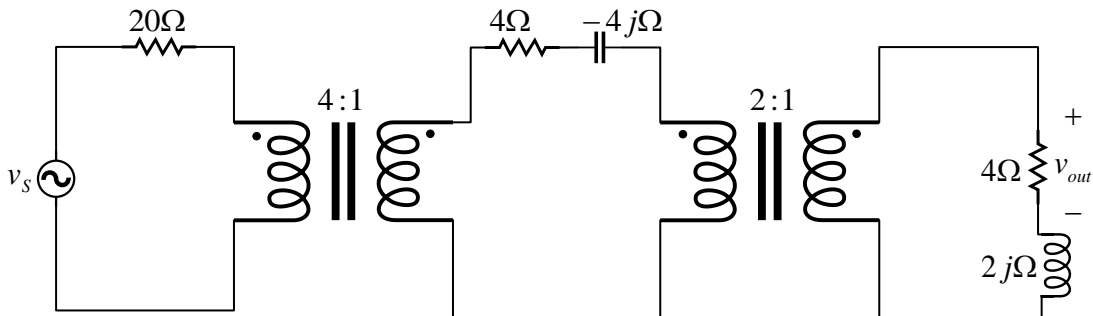
5 במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי. מקור מתח חילופין ומקור זרם חילופין הפועלים באותו התדר ובאותה הפאזה נתונים בתרשים. עקב אילוצי המעגל, הוחלט על ערכי נגדים התלויים פרמטרית זה בזה כפי שמתואר ובגודל R .



- א. הבע באמצעות R את \hat{I}_1 , \hat{I}_2 , \hat{V}_1 , \hat{V}_2 המסומנים בתרשים.
 ב. מצא חסם על התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח.

6 במעגל שלפניך נתונים שני שנאים אידיאליים. שאר ערכי הרכיבים מצוינים בתרשים.
 א. מהי עכבת הכניסה שרואה מקור המתח v_s ?

- ב. מצא את יחס הפאזורים: $\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_s}$.



תשובות סופיות:

א. $\hat{I}_1 = 1.33 \angle 30^\circ \text{ [A]}, \hat{I}_2 = -5.33 \angle 30^\circ \text{ [A]}$ (1)

$\hat{V}_1 = 170.66 \angle 30^\circ \text{ [V]}, \hat{V}_2 = -42.66 \angle 30^\circ \text{ [V]}$

ב. ההספק הוא: $S_{in} = S_{out} = 227.56 \text{ [VA]}$

א. ראה מעגל משוקף בסרטון הוידאו. ב. $P_{in} = 199.1 \text{ W}$ (2)

(3) $\hat{I}_1 = 3.16 \angle -41.6^\circ \text{ [A]}, \hat{I}_2 = 1.58 \angle 138^\circ \text{ [A]}, \hat{V}_1 = 4.47 \angle 3.4^\circ \text{ [V]}, \hat{V}_2 = 8.93 \angle 3.4^\circ \text{ [V]}$

(4) $\hat{I}_1 = 0.888 \angle 0^\circ \text{ [A]}, \hat{I}_2 = 1.778 \angle 0^\circ \text{ [A]}, \hat{V}_1 = 0.778 \angle 180^\circ \text{ [V]}, \hat{V}_2 = 3.11 \angle 0^\circ \text{ [V]}$

א. $\hat{I}_1 = \frac{4(R+1)}{7R} \angle 0^\circ \text{ [A]}, \hat{I}_2 = \frac{5R-2}{7R} \angle 0^\circ \text{ [A]}$ (5)

$\hat{V}_1 = \frac{4R-3}{7} \angle 0^\circ \text{ [V]}, \hat{V}_2 = \frac{8R-6}{7} \angle 0^\circ \text{ [V]}$

ב. $R_{in} < 1.75 \Omega$

א. $\hat{Z}_{in} = 346 \angle 10.6^\circ \text{ [\Omega]}$ ב. $0.924 \angle -10.66^\circ$ (6)